

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean VILLEPELET

1^{re} THÈSE : Étude théorique et expérimentale du brouillage
mutuel entre systèmes de radiocommunications.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 26 Mai 1955, devant la Commission d'Examen :

MM. E. DARMOIS	<i>Président.</i>
P. GRIVET	{ <i>Examineurs.</i>
R. FORTET	

ÉDITIONS DE LA
REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE ET INSTRUMENTALE

165, Rue de Sèvres — 3 et 5, Boulevard Pasteur

PARIS 15^e

1955

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Jean VILLEPELET

1^{re} THÈSE : Étude théorique et expérimentale du brouillage
mutuel entre systèmes de radiocommunications.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 26 Mai 1955, devant la Commission d'Examen :

MM. E. DARMOIS	<i>Président.</i>
P. GRIVET	} <i>Examineurs.</i>
R. FORTET	

ÉDITIONS DE LA
REVUE D'OPTIQUE THÉORIQUE ET INSTRUMENTALE

165, Rue de Sèvres — 3 et 5, Boulevard Pasteur

PARIS 15^e

1955

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PÉRÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	LAPORTE	T	Physique générale et Radio-activité.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	JANET	T	Mécanique analytique et Mécanique céleste.
R. LÉVY	T	Physiologie comparée.	PETIT	T	Biologie maritime.
FOCH	T	Mécanique physique et expér.	QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	GALLIEN	T	Embryologie.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	EICHHORN	T	Biologie végétale (P. C. B.).
JOB	T	Chimie générale.	DE CUGNAC	T	Biologie végétale (P. C. B.).
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	M ^{lle} CAUCHOIS	T	Chimie physique.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	THELLIER	T	Physique du Globe.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	AUDUBERT	T	Électrochimie.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	L'HÉRITIER	T	Génétique.
M. CURIE	T	Physique (P. C. B.).	GRIVET	T	Radioélectricité.
BARRABE	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	PONCIN	T	Mécanique des fluides.
G. DARMOIS	T	Calcul des probabilités et Physique mathématiques.	THIRY	T	Mécanique appliquée.
J. BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique	DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
M ^{me} JOLIO-CURIE	T	Physique nucléaire et Radio-activité.	QUELET	T	Chimie organique.
PLANTEFOL	T	Botanique.	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
CABANNES	T	Recherches physiques.	CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.
GRASSE	T	Évolution des êtres organisés.	CUVILLIER	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	JUNG	T	Pétrographie.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	TRILLAT	T	Chimie Physique.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	WIEMANN	T	Chimie (M. P. C.).
WYART	T	Minéralogie	JACQUINOT	T	Spectroscopie et Physique céleste.
TEISSIER	T	Zoologie.	VASSY		Physique de l'atmosphère.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	DESTOUCHES		Théories physiques.
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.	M. PREVOST	T	Géologie.
MONNIER	T	Physiologie des fonctions.	AMIEL	T	Chimie (P. C. B.).
PIVETEAU	T	Géologie.	HOCART	T	Minéralogie.
ROCARD	T	Physique (E. N. S.).	J. P. MATHIEU	T	Physique (P. C. B.).
H. CARTAN	T	Mathématiques (E. N. S.).	COUTEAUX		Biologie animale (P. C. B.).
LAFFITTE	T	Chimie générale.	MAY		Biologie animale (P. C. B.).
FAVARD	T	Mécanique générale.	CHOQUET	T	Calcul différentiel et intégral.
COULOMB	T	Physique du Globe.	FELDMANN		Biologie (P. C. B.).
M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (P. C. B.).	GUINIER	T	Physique (P. C. B.).
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	JOST	T	Biologie (P. C. B.).
P. DRACH	T	Zoologie.	FORTET		Calcul des probabilités.
KASTLER	T	Physique.	SCHWARTZ	T	Méthode math. de la Physique.
EPHROSSI	T	Génétique.	CHOUARD	T	Physiologie végétale.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.	MALAVARD	T	Aviation.
RIVIÈRE	T	Géologie (S. P. C. N.).	BRELOT	T	Calcul différentiel.
GAUTHERET	T	Biologie végétale.	NORMANT	T	Chimie (P. C. B.).
LUCAS	T	Physique.	BENARD		Chimie (P. C. B.).
A. THOMAS	T	Biologie cellulaire.	BUVAT		Botanique (E. N. S.).
ARNULF	T	Optique appliquée.	DUGUE		Statistique mathématique.
MAX MORAND		Physique.	GELOSO		Chimie (P. C. B.).
SOLEILLET	T	Physique.	SOULAIRAC		Psychophysiologie.
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.	ULRICH		Physiologie végétale.
DANJON	T	Astronomie.	MARÉCHAL		Optique théorique et appliquée.
FROMAGEOT	T	Chimie biologique.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
			CHADEFAUD		Botanique.
			DESTRIAU		Physique M. P. C.
			M ^{lle} LE BRETON		Physiologie générale.
			SALEM		Mathématiques générales.

Secrétaire Général . . . Ch. MONIER.



à Monsieur Pierre DAVID

Cette thèse a été préparée au Laboratoire Radio-Radar du Service technique des Constructions et Armes Navales.

Je remercie M. le professeur Paul GRIVET d'avoir accepté de contrôler ces recherches et de m'avoir aidé de ses conseils.

J'exprime d'autre part toute ma gratitude à M. Pierre DAVID qui a dirigé mes premiers travaux et qui, par la suite, m'a donné toutes facilités pour les mener à bien.

ÉTUDE THÉORIQUE ET EXPÉRIMENTALE DU BROUILLAGE MUTUEL ENTRE SYSTÈMES DE RADIOCOMMUNICATIONS

par Jean VILLEPELET

Ingénieur E. S. E. et R. E. S. E. *
Docteur ès Sciences

SOMMAIRE. — Dans l'avant-propos, l'auteur explique pourquoi il a entrepris cette étude, et dans l'introduction il rappelle comment se présente actuellement le problème du brouillage. Dans une première partie il traite (1) de **l'influence de la sélectivité d'un récepteur sur la protection contre un brouilleur à sauts d'amplitude** — (1-1) et Annexe II : sélectivité dynamique d'une suite de transformateurs accordés — (1-2) : conclusions. Dans la deuxième partie il étudie (2) les **propriétés de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communications à sauts d'amplitude** — (2-1) : forme analytique de l'impédance de transfert des filtres — (2-2) et Annexe I : forme analytique de l'enveloppe de la réponse des filtres équivalent au signal $Y(t) \sin(\omega t + \varphi)$, (2-3) : relations existant entre la courbe de sélectivité statique du filtre et sa réponse au signal $Y(t) \sin(\omega t + \varphi)$, (2-4) : calcul de la courbe de sélectivité dynamique du système de communications, (2-5) : relations liant les pentes asymptotiques de la courbe de sélectivité dynamique à celles des courbes de sélectivité statique des filtres, (2-6) : largeur de la courbe de sélectivité dynamique (2-7) : système de communications radiotélégraphiques à encombrement minimum de fréquence. La troisième partie est consacrée (3) à la **vérification expérimentale des propriétés de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communication à sauts d'amplitude** — (3-1) : essais effectués — (3-2) : influence de la sélectivité du récepteur, (3-3) : influence de la sélectivité de l'émetteur (3-4) : constante du degré de fidélité. Dans la quatrième partie il donne (4) les **propriétés de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de radiocommunications à modulation d'amplitude de phase ou de fréquence** — (4-1) : hypothèses, (4-2) : variation de l'énergie parasite captée par le récepteur, (4-3) : relation entre l'amplitude maximum et l'énergie du signal fourni par le filtre équivalent au récepteur, (4-4) : propriété de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de radiocommunications, (4-5) : utilisation du niveau d'énergie parasite pour repérer la gêne causée par un brouillage radioélectrique. L'ensemble de cette étude lui permet de donner la conclusion suivante : **il est possible de réaliser un système de radiocommunications dont l'encombrement en fréquence est aussi faible que celui d'un système qui ne ferait intervenir que des phénomènes statiques.**

AVANT-PROPOS

Dans le but de limiter les effets des brouillages dus aux interférences des spectres des différents signaux qui circulent dans une même voie de communications, on est amené à séparer les bandes de fréquences attribuées à chaque signal par des intervalles de fréquences inutilisables.

En radiocommunications, ces intervalles sont très importants. Ceci s'explique par le fait que les positions géographiques des différents systèmes étant quelconques, le niveau d'énergie parasite est dans de nombreux cas supérieur au niveau d'énergie utile sur les antennes de réception. Cette différence est particulièrement marquée lorsqu'une station de réception est placée au voisinage d'une station d'émission ; c'est le cas, par exemple, du navire de guerre ou de l'avion.

Ce type de brouillage qui, autrefois, n'était guère gênant, tend donc à prendre une place importante parmi les différents facteurs qui freinent le développement des radiocommunications, car il limite le nombre des communications possible sur l'étendue d'un spectre hertzien qui se sature rapidement.

C'est depuis peu de temps, pratiquement depuis la fin de la dernière guerre, que les radioélectriciens ont porté leur attention sur ce type de brouillage. Conformément aux décisions prises à la Conférence

administrative des Radiocommunications d'Atlantic City (1947), le Comité provisoire des fréquences de Genève (C. P. F.) [1, 2] a mis au point une méthode approchée qui permet de calculer les séparations entre voies en fonction des propriétés sélectives, de la puissance émise et de la position géographique de l'émetteur et du récepteur pour chaque système de radiocommunications.

En utilisant cette méthode, il devient possible d'assigner les fréquences aux différentes liaisons d'une façon rationnelle sur l'étendue du spectre hertzien, et il en résulte évidemment, une nette amélioration.

Mais le problème du brouillage n'en est pas pour autant résolu ; il suffit pour s'en convaincre d'examiner l'ordre de grandeur des intervalles ainsi calculés. Dans le cas, par exemple, de deux systèmes de radiocommunications à sauts d'amplitude de propriétés identiques, cet intervalle atteint, suivant le degré d'arrondissement de la manipulation, de cinq à vingt fois la largeur de la bande passante des récepteurs. Ceci s'explique par le fait que les influences respectives des propriétés sélectives des différentes parties d'un système de radiocommunications sur ce brouillage étant mal connues, les récepteurs et les émetteurs qui sont actuellement en exploitation n'ont pas été conçus de manière à en limiter fortement les effets.

C'est en cherchant à dégager aussi complètement

* Au Laboratoire RADIO-RADAR du Service Technique des Constructions et Armes Navales.

[] Pour tout renvoi entre crochets se reporter à la bibliographie in fine.

que possible ces influences, que nous avons été amenés à établir les théories que nous allons exposer au cours de cette étude, théories dont nous avons vérifié expérimentalement les principaux résultats dans le cas particulier du brouillage entre systèmes de radiocommunications à sauts d'amplitude.

INTRODUCTION

Dans cette introduction nous allons montrer par quel processus, il est possible de mettre en évidence l'action des propriétés sélectives d'un système de radiocommunications sur le brouillage mutuel et dans ce but nous allons commencer par analyser la méthode du C. P. F. qui a de nombreux points communs avec celle que nous allons utiliser.

0.1. Procédé actuellement utilisé pour calculer une protection contre un brouillage radioélectrique.

— La méthode du C. P. F. [1, 2], pose comme principe que le niveau de brouillage d'un système de radiocommunications par une émission parasite peut se repérer par le rapport de l'énergie utile à l'énergie parasite, toutes les deux calculées séparément à la sortie du récepteur.

Considérons donc deux systèmes 1 et 2, et portons sur un axe des fréquences la courbe de sélectivité statique du récepteur 1, centrée sur la fréquence F_1 et la courbe enveloppe du spectre d'énergie fourni par l'émetteur 2, centré sur la fréquence porteuse F_2 .

A partir de ces deux courbes que l'on peut relever expérimentalement, on calcule la courbe qui exprime la variation relative de l'énergie captée par le récepteur, en fonction de l'écart $\Delta F = F_2 - F_1$.

Il suffit pour cela d'ajouter arithmétiquement pour chaque valeur de ΔF les composantes du spectre d'énergie de l'émetteur en tenant compte des affaiblissements relatifs lus sur la courbe de sélectivité statique du récepteur.

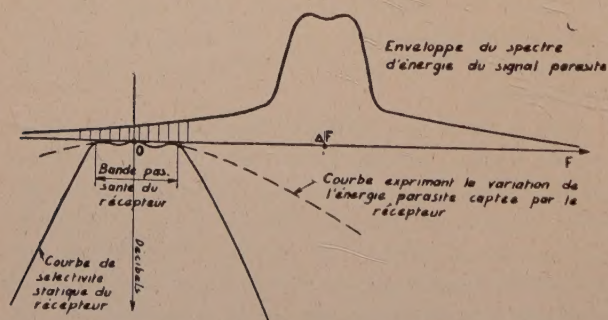


FIG. 1. — Influence des propriétés sélectives de l'émetteur brouilleur et du récepteur brouillé sur la forme de la courbe qui exprime la variation d'énergie captée par ce dernier.

On voit immédiatement sur la figure 1, que la forme de cette courbe ne dépend que des formes du spectre et de la courbe de sélectivité statique et, par conséquent, que des propriétés sélectives de l'émetteur et du récepteur 1.

Une fois cette courbe connue, il suffit pour déterminer l'intervalle des fréquences inutilisables, nécessaire entre les canaux 1 et 2, de connaître l'ordonnée de la courbe qui correspond au niveau de brouillage maximum tolérable.

Nous n'entrerons pas ici dans les détails du calcul de cette ordonnée ; nous signalerons seulement :

- a) que sa valeur ne dépend pas des propriétés sélectives des deux systèmes ;
- b) qu'elle est d'autant plus élevée que sur l'antenne de réception, le niveau d'énergie parasite est important vis-à-vis du niveau d'énergie utile,
- c) qu'on peut admettre qu'elle est presque toujours supérieure à 25 décibels [1] (*).

0.2. Problème du brouillage mutuel en radiocommunications.

— Il paraît donc tout indiqué de repérer l'action des propriétés sélectives d'un système de radiocommunications sur le brouillage mutuel, par la largeur de la courbe qui exprime la variation relative de l'énergie captée par le récepteur lorsqu'on décale progressivement la fréquence de l'émetteur, largeur mesurée à une ordonnée supérieure à 25 décibels.

Une série d'études expérimentales effectuées récemment en France par Tchernicheff [3, 4], ont montré qu'il était possible de réduire d'une manière appréciable les niveaux des composantes éloignées du spectre d'énergie d'un émetteur à sauts d'amplitude, sans trop détériorer la forme de l'enveloppe du signal émis.

Sur la figure 1, on voit qu'une réduction de ces composantes a pour effet de réduire la largeur de la courbe de variation d'énergie, et il en résulte une amélioration notable.

Mais si cette méthode permet d'arriver à un résultat pratique par un raisonnement simple, nous ne pensons pas qu'on puisse l'utiliser pour dégager aussi exactement que possible les influences des propriétés sélectives d'un système de radiocommunications sur le brouillage mutuel. En effet, dans la plupart des cas, l'organe destinataire est sensible à la forme même du signal fourni par le récepteur et non à son énergie et, pour cette raison, il n'est pas certain que le rapport des énergies utiles et brouilleuses soit bien représentatif de la gêne causée par une émission parasite.

Pour cette raison, nous caractériserons donc un système de radiocommunications par la courbe qui exprime la variation relative de l'amplitude maximum du signal capté à la sortie du récepteur, en fonction de l'écart entre la fréquence d'accord de ce dernier et la fréquence porteuse de l'émetteur.

Dans ces conditions le problème du brouillage consistera donc à rechercher les influences des propriétés sélectives d'un système de radiocommunications sur la forme de cette courbe, que nous

(*) Dans les propositions soumises au C. C. I. R. à Stockholm en 1948, on trouve page 71, des valeurs qui oscil-

lent entre 32 et 45 décibels, il semble donc que le chiffre de 25 décibels soit presque acceptable pour une valeur minimum.

appellerons courbe de sélectivité « dynamique » du système, et ceci dans le but d'en réduire la largeur à des ordonnées supérieures à 25 décibels. En effet, la valeur de l'ordonnée correspondant au brouillage maximum tolérable n'est pratiquement pas changée lorsqu'on adopte cette nouvelle définition.

0.3. Compromis sélectivité-fidélité. — Remarquons enfin qu'il est essentiel, qu'en modifiant les propriétés sélectives d'un système dans le but de réduire la largeur de sa courbe de sélectivité dynamique, on ne détériore pas sa fidélité.

Dans une chaîne de transmission, le signal est successivement déformé par l'émetteur et le récepteur, l'effet de la voie de communications pouvant être négligé. Pour calculer la déformation du signal, on peut donc partir d'un filtre qui totalise les pro-

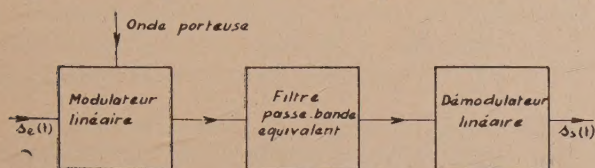


FIG. 2. — Schéma équivalent à un système de communication du point de vue sélectivité statique.

propriétés sélectives de l'émetteur et du récepteur, c'est-à-dire raisonner sur le schéma de la figure 2.

Nous admettrons, quitte à revenir sur ce point par la suite, que l'on peut séparer en première approximation le problème du brouillage du problème de la sélectivité, en respectant simplement la largeur de la bande passante de ce filtre.

PREMIÈRE PARTIE

1. INFLUENCE DE LA SÉLECTIVITÉ D'UN RÉCEPTEUR SUR LA PROTECTION CONTRE UN BROUILLEUR A SAUTS D'AMPLITUDE.

Deux auteurs, Tucker [5] et Elger [6], ont déjà cherché à chiffrer l'action d'un signal parasite rectangulaire sur un récepteur. Ils ont considéré pour cela une porteuse de fréquence $f_0 + \Delta f_0$, modulée par un signal unité, qu'ils ont injecté dans un filtre passe bande centré sur la fréquence f_0 , et ils ont calculé la variation relative de l'amplitude maximum du signal délivré par le filtre en fonction de l'écart Δf_0 .

Ces deux études sont intéressantes à comparer, car le premier auteur est parti d'un filtre idéal, c'est-à-dire du filtre le plus sélectif que l'on puisse imaginer et le second d'un simple résonateur. Elles montrent que :

a) quelle que soit sa sélectivité, un filtre n'apporte qu'une protection médiocre contre un signal parasite rectangulaire. Ceci s'explique physiquement par le fait qu'un tel signal ayant un spectre très étendu, le récepteur capte inévitablement les composantes de ce spectre qui tombent dans sa bande passante ;

b) s'il est avantageux d'utiliser un filtre très sélectif, l'amélioration qui en résulte est assez réduite.

C'est dans le but de préciser ces deux points que nous allons analyser dans cette première partie le comportement de suites de transformateurs accordés, en présence d'un signal d'enveloppe soit rectangulaire soit arrondie.

1.1. Sélectivité dynamique d'une suite de transformateurs accordés et identiques, attaqués par un signal télégraphique. — Nous sommes partis d'une suite de m transformateurs identiques, composés, chacun, de deux circuits accordés de même structure placés au couplage critique, parce que ce filtre est accessible au calcul et que sa courbe de sélectivité statique ressemble à celle des récepteurs courants. On sait, en effet, que les transformateurs accordés sont souvent utilisés comme circuit de plaque dans les étages moyenne fréquence de ces récepteurs.

Nous avons cherché :

a) comment se déforme la courbe de sélectivité dynamique d'une telle suite, lorsqu'elle est attaquée par un signal parfaitement rectangulaire en fonction du nombre m de transformateurs, c'est-à-dire dans le cas où l'émetteur n'est pas sélectif ;

b) comment se déforme la courbe de sélectivité dynamique d'une suite de trois transformateurs ($m=3$) avec le degré d'arrondissement du signal d'entrée.

Nous ne donnerons ici que les hypothèses de départ et les résultats du calcul. Ce dernier sera donné dans l'annexe II.

1.1.1. Hypothèses de calcul. — Pour mener le calcul à bien, nous avons fait deux hypothèses dont il est nécessaire d'examiner la portée physique.

La première est relative à l'impédance de transfert d'un transformateur accordé. Son expression est en effet compliquée et pour la simplifier nous avons admis que les écarts $\Delta\omega_0$ considérés étaient toujours très petits devant la pulsation d'accord ω_0 du transformateur. Cette simplification est d'ailleurs classique ; c'est elle qui mène à la formule connue qui donne la courbe de sélectivité statique d'un transformateur accordé placé au couplage critique :

$$(1) \quad A_{dB} = 10 \log \left\{ 1 + (\Delta\omega_0 / \theta\sqrt{2})^4 \right\},$$

où θ est l'inverse de la constante de temps des deux circuits identiques.

Cette hypothèse est acceptable pour les raisons suivantes :

a) nous verrons par la suite que, quel que soit l'écart entre la fréquence porteuse du signal d'attaque et la fréquence d'accord du récepteur, c'est toujours la partie du spectre du signal située autour de cette fréquence d'accord qui est seule susceptible de brouiller le récepteur ;

b) d'autre part, plus cet écart augmente, plus l'effet du signal sur le récepteur est petit, et plus cet effet tend à se rapprocher de celui du bruit ; il devient donc vite négligeable ;

c) ceci montre donc, que ces calculs ne s'appliquent parfaitement au cas d'une suite de transformateurs accordés que lorsque ces derniers ont une fréquence d'accord élevée. Mais ils s'appliquent évidemment à une suite de filtres dont les courbes de sélectivité statique sont données rigoureusement par l'équation (1) ; les résultats trouvés sont donc, de toute façon, utilisables dans le cadre de cette étude.

La seconde hypothèse est relative au signal d'entrée. En effet, au lieu de choisir un signal télégraphique dont le spectre d'énergie est aussi étendu que possible, par exemple une suite de points « rectangulaires », nous sommes partis du signal :

$$(2) \quad Y(t) \cdot M(t) \cdot \sin \{ (\omega_0 + \Delta\omega_0)t + \varphi \},$$

où $Y(t)$ est la fonction unité,

et où $M(t)$ caractérise l'arrondissement du signal, ce dernier se prêtant mieux au calcul.

Pour que cette simplification soit valable, il faut évidemment que les courbes de sélectivité dynamique calculées à partir de ces deux signaux soient identiques et, pour cela, que l'enveloppe de la réponse du récepteur au signal (2) prenne sa valeur stationnaire en un temps nettement inférieur à l'intervalle élémentaire ΔT de la modulation. En effet, s'il en est ainsi, on peut écrire

$$E_d(t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} (-1)^p E_s(t - p\Delta T),$$

où $E_d(t)$ est l'enveloppe de la réponse du récepteur au signal le plus défavorable, et $E_s(t)$ l'enveloppe de la réponse au signal (2) ; et les amplitudes maxima de $E_d(t)$ et de $E_s(t)$ sont les mêmes.

Lorsque $\Delta\omega_0$ est nul, ceci est pratiquement vérifié en raison des conditions de fidélité nécessaires à la sortie du récepteur, les temps de montée et de descente doivent être, en effet, courts devant ΔT .

Lorsque $\Delta\omega_0$ est grand, on constate expérimentalement que l'enveloppe de la réponse à une suite de points se présente comme une suite d'impulsions, décalées dans le temps, l'une par rapport à l'autre,

de ΔT et dont les largeurs sont de l'ordre de grandeur des temps de montée et de descente de la réponse à ce même signal, lorsqu'il est centré sur ω_0 . Il en résulte que l'utilisation du signal (2) est encore valable dans ce cas.

Ces deux hypothèses n'altèrent donc pas la valeur des résultats qui suivent.

1.1.2. Influence du nombre m de transformateurs sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique. — En partant du signal parfaitement rectangulaire

$$(3) \quad Y(t) \sin \{ (\omega_0 + \Delta\omega_0)t + \varphi \},$$

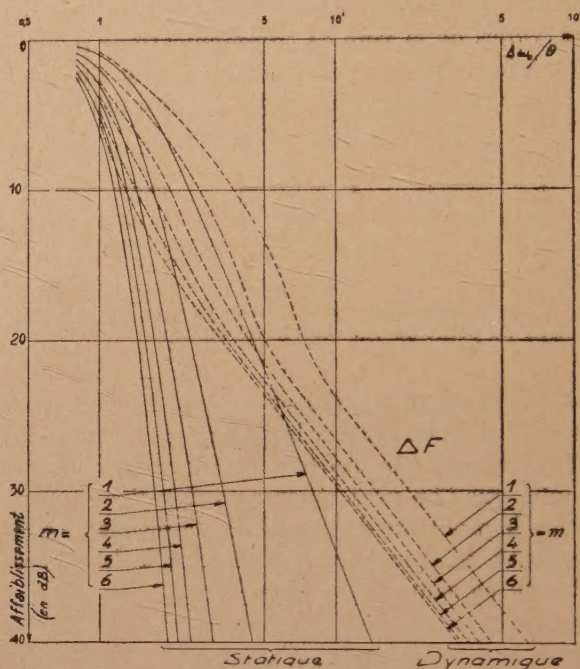


Fig. 3. — Courbes de sélectivités statiques et dynamiques de m transformateurs accordés, placés au couplage critique.

nous avons calculé les courbes de sélectivité dynamique correspondant à m égal 1, 2, 3, 4, 5 et 6. Ces courbes, ainsi que les courbes de sélectivité statique correspondantes, sont données sur la figure 3.

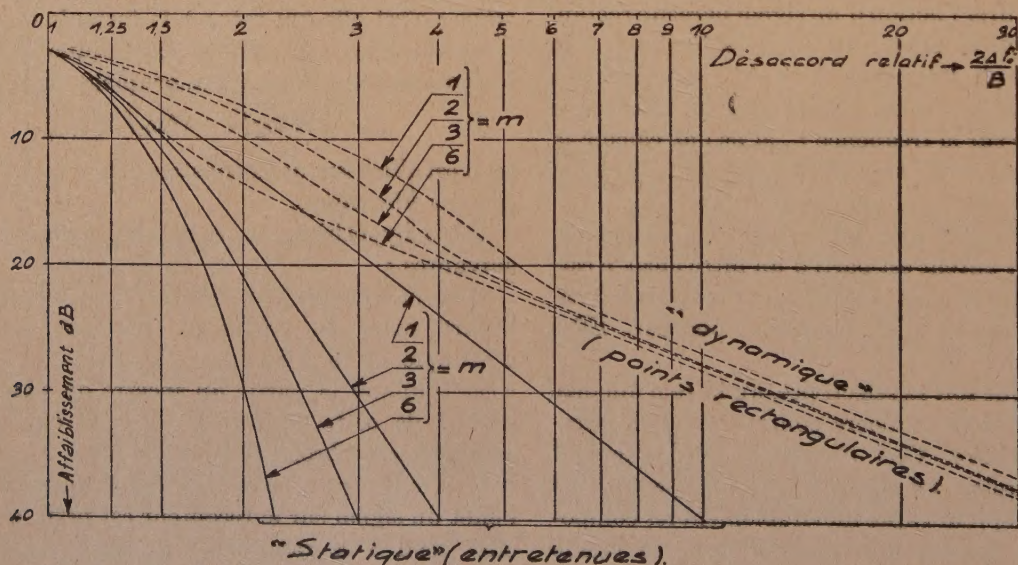


Fig. 4. — Courbes de sélectivité de la figure 3 ramenées à bande passante égale à 3 dB.

Sur la figure 4 nous avons déplacé ces courbes de manière que toutes les courbes de sélectivité statique présentent une même bande passante B à trois décibels. On remarque :

a) que les courbes de sélectivité dynamique prennent rapidement une même pente égale à 6 décibels par octave, et ceci à partir d'un affaiblissement de l'ordre de 25 décibels, inférieur par conséquent à l'affaiblissement correspondant du niveau de brouillage maximum tolérable ;

b) qu'une augmentation du nombre de transformateurs, et par conséquent de la pente de la courbe de sélectivité statique, n'a qu'une faible action (*) sur la largeur de la sélectivité dynamique. Elle est réduite de 9 % lorsque m passe de 1 à 2, de 2,3 % lorsque m passe de 2 à 3 et 2,3 % encore lorsque m passe de 3 à 6 ;

c) que la largeur de ces courbes est considérable vis-à-vis de la bande passante B ; elle atteint 6 B à 30 décibels et 50 B à 45 décibels.

1.1.3. Influence du nombre de transformateurs sur la fidélité. — Nous avons admis



FIG. 5. — Suite de trapèzes dont le rapport des bases est égal à 0,66.

au paragraphe 03, que le degré de fidélité d'un récepteur ne dépendait pratiquement pas de la valeur de la pente asymptotique de sa courbe de sélectivité statique. Il est intéressant de le vérifier.

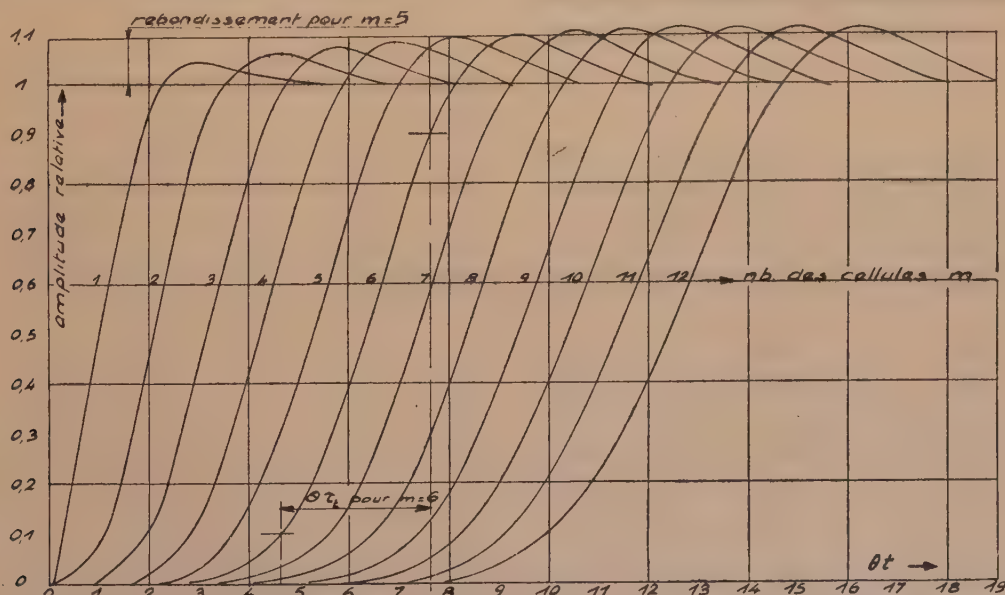


FIG. 6. — Enveloppes de la réponse d'une suite de transformateurs accordés identiques au signal $Y(t) \sin \omega_0 t$.

(*) On remarque par contre que pour les faibles valeurs de protection (10 à 15 dB par exemple), l'effet de l'augmentation du nombre m de transformateurs est très rapide lorsque m passe de 1 à 6. Ceci est très important dans le cas des voies de service peu protégées, ce qui risque rapidement d'être le lot peu enviable des voies militaires.

(**) Dans l'avis n° 36 de Genève 1951 [7], le C. C. I. R. admet cette relation pour des liaisons non affectées par les évanouissements. Par contre pour les émissions sujettes à

Un récepteur attaqué par une suite de points rectangulaires, fournit un signal qui a, en première approximation, la forme d'une suite de trapèzes. (Voir figure 5.) On peut donc chiffrer son degré de fidélité par le rapport des bases de chaque trapèze, c'est-à-dire par la quantité :

$$(\Delta T - \tau_t) / (\Delta T + \tau_t),$$

où τ_t est le temps de transition ou temps d'établissement du signal.

Cette quantité tend vers 1, lorsque l'intervalle élémentaire ΔT tend vers l'infini ; mais lorsque ΔT augmente la quantité d'information transmise par unité de temps diminue. Il y a donc un compromis à observer entre la réduction de ΔT et le degré de fidélité que l'on veut obtenir. Pour cette raison nous calculerons ΔT à partir de la largeur de bande B du récepteur, en utilisant la relation (**):

$$\Delta T = 3/B,$$

Sur la figure 6, nous avons tracé les enveloppes des réponses au signal (3), pour des valeurs de m allant de 1 à 12. Ces courbes donnent la quantité

TABLEAU I

m	1	2	3	4	6	9	12
$\frac{\Delta T - \tau_t}{\Delta T + \tau_t}$	0,6	0,592	0,586	0,58	0,57	0,55	0,515
$r \%$	0,045	0,06	0,075	0,085	0,1	0,11	0,115

des évanouissements, le C. C. I. R., recommande une bande passante B plus large, définie par la relation :

$$B\Delta T = 5.$$

Nous remarquerons simplement que les conclusions de cette étude sont valables dans les deux cas, car il suffit seulement ici que le produit $B\Delta T$ reste constant quelle que soit sa valeur.

$\theta\tau$, produit de l'inverse de la constante de temps des circuits des transformateurs par le temps de transition de la réponse.

Sachant que la bande passante B et par conséquent

où B_{co} et B sont les bandes passantes à 3 décibels du circuit oscillant et de la suite de transformateurs.

Ces courbes sont données sur la figure 7 ; on remarque que :

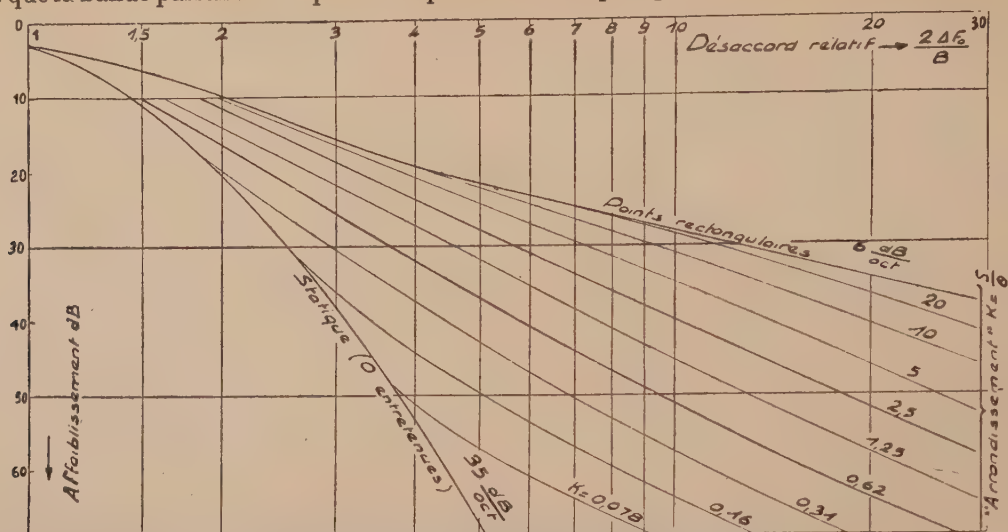


FIG. 7. — Courbes de sélectivité dynamique de trois transformateurs pour des « points » plus ou moins arrondis.

l'intervalle ΔT , s'exprime en fonction de θ , on obtient le tableau I sur lequel nous avons ajouté la valeur du rebondissement r .

Ce tableau montre bien la faible dépendance qui existe entre le rapport des bases et la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique. On remarque d'autre part que le rebondissement augmente très lentement avec m .

1.1.4. Influence de l'arrondissement du signal d'entrée sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique. — En partant du signal arrondi :

$$(4) \quad Y(t)(1 - e^{-\delta t}) \sin \{ (\omega_0 + \Delta\omega_0)t + \varphi \},$$

c'est-à-dire la réponse d'un circuit oscillant d'amortissement δ au signal (3), nous avons calculé les courbes de sélectivité dynamique d'une suite de trois transformateurs pour différentes valeurs du rapport $K = \delta/\theta$ rapport qui se trouve être égal à $K = B_{co}/B$

a) ces courbes tendent à prendre une pente de 12 décibels par octave,

b) pour $B_{co}/B = \infty$, on retrouve la sélectivité dynamique correspondant à un signal parfaitement rectangulaire, les signaux (3) et (4) sont en effet confondus ;

c) pour $B_{co}/B = 0$, on retrouve la courbe de sélectivité statique ;

d) entre les deux on passe progressivement d'une courbe à l'autre.

Sur la figure 8, nous avons tracé les enveloppes du signal (4) délivré par le circuit oscillant pour différentes valeurs du rapport k en choisissant comme unité de temps l'intervalle élémentaire :

$$\Delta T = 3/B.$$

Selon l'avis 87 du C. C. I. R. [8], le temps de transition de ce signal ne doit pas dépasser 20 % de la durée de l'intervalle ΔT . On peut donc fixer la valeur minimum que peut prendre le rapport k aux environs de 1,25.

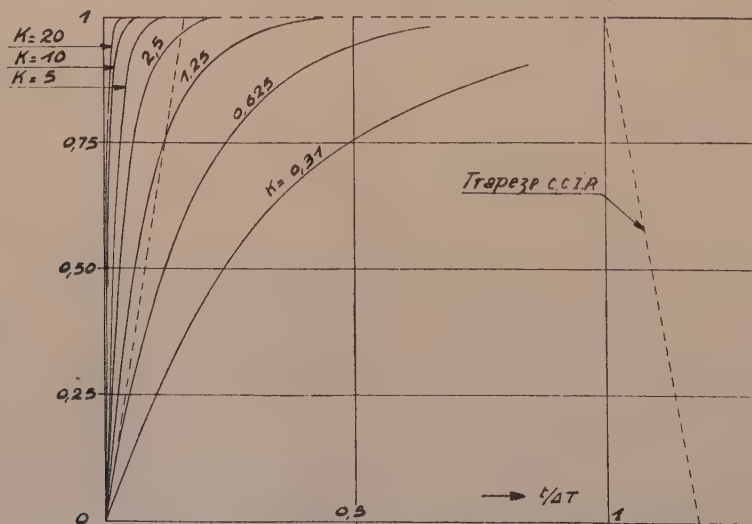


FIG. 8. — « Arrondissements » du signal pour différentes valeurs du rapport $k = \delta/\theta$.

Sur la figure 7, on voit que la largeur de la courbe de sélectivité dynamique de la suite des trois transformateurs, qui en présence d'un signal d'entrée rectangulaire était respectivement de 12 B à 30 décibels et de 80 B à 45 décibels, n'est plus pour $k = 1,25$ que de 4,5 B et de 10 B aux mêmes affaiblissements.

Ces chiffres montrent qu'en arrondissant au maximum le signal rectangulaire par l'intermédiaire d'un circuit oscillant, on obtient une amélioration considérable.

1.2. Influence de la sélectivité du récepteur sur un brouillage à variation d'amplitude discontinue.

— Les figures 4 et 7 montrent bien qu'une diminution notable de la largeur de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communication ne peut être obtenue que par une augmentation de la pente asymptotique de cette courbe, puisque l'on ne peut pratiquement pas la déplacer parallèlement à elle-même au delà d'une certaine limite.

Il en résulte que l'influence de la sélectivité du récepteur est faible puisqu'elle n'agit pas sur cette pente. Il est donc nécessaire, pour pousser plus avant le problème du brouillage, de faire intervenir la structure de l'émetteur. C'est le sujet du chapitre qui suit.

DEUXIÈME PARTIE

2. PROPRIÉTÉS DE LA COURBE DE SÉLECTIVITÉ DYNAMIQUE D'UN SYSTÈME DE COMMUNICATIONS A SAUTS D'AMPLITUDE.

Les structures des émetteurs et des récepteurs sont à la fois trop complexes et trop variées pour être abordées directement par le calcul ; il est nécessaire de les remplacer par des ensembles plus simples dont les propriétés sélectives sont identiques, ou tout au moins très voisines. C'est ce qui nous a conduit à schématiser un système de communication à sauts d'amplitude par l'ensemble de la figure 9, dans

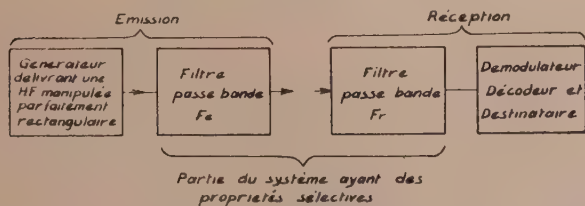


FIG. 9. — Schéma équivalent d'un système de radiotélégraphie du point de vue sélectivité dynamique.

lequel les filtres F_e et F_r équivalents à l'émetteur et au récepteur, répondent à un certain nombre de conditions que nous allons discuter.

Nous avons vu, aux paragraphes 112 et 114 que la valeur de la pente asymptotique de la courbe de sélectivité dynamique d'une suite de transformateurs accordés identiques, ne semblait dépendre que de la nature du signal d'entrée. En effet, dans les

deux cas que nous avons considérés, cette pente se trouve être celle de l'enveloppe des parties éloignées du spectre de ce signal.

Les parties non « essentielles » du spectre du signal émis ont donc une influence importante sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communication. On est donc amené à choisir comme filtre F_e un filtre dont la courbe de sélectivité statique mesure la différence de forme entre le spectre de puissance du signal émis et celui du signal parfaitement rectangulaire qui lui correspond.

De même, on est amené à choisir comme filtre F_r un filtre dont la courbe de sélectivité statique est la même que celle du récepteur qu'il remplace.

Mais ces deux conditions ne suffisant pas à définir complètement ces deux filtres, nous admettrons en outre, qu'ils sont linéaires et à déphasage minimum. En effet, s'il en est ainsi, leur impédance de transfert se déduit de leur courbe de sélectivité statique par les relations de BAYARD-BODE. Cette condition supplémentaire est ici acceptable pour les deux raisons suivantes :

a) Les émetteurs et les récepteurs étant des appareils qui, par leur essence même, sont aussi linéaires que possible, il est logique de choisir des filtres équivalents linéaires ;

b) nous verrons plus loin que la forme de la variation de la phase de l'impédance de transfert avec la fréquence agit peu sur celle de la courbe de sélectivité dynamique.

Il faut enfin ajouter une dernière condition nécessaire pour éliminer les questions de fidélité : la bande passante de l'ensemble F_e et F_r sera égale à la largeur de la partie « essentielle » du spectre du signal manipulé parfaitement rectangulaire ; elle restera donc constante.

Dans cette deuxième partie, nous allons calculer la courbe de sélectivité dynamique de l'ensemble schématisé figure 9 et chercher comment varie sa forme lorsque augmentent les sélectivités statiques des filtres F_e et F_r . Pour les mêmes raisons que celles qui sont indiquées au paragraphe 121, nous utiliserons dans ce calcul le signal unité comme signal de modulation.

2.1. Forme analytique de l'impédance de transfert des filtres F_e et F_r . — On montre à l'aide des lois de KIRCHOFF que l'impédance de transfert $Z(j\omega)$ d'un filtre linéaire peut se mettre à un facteur constant près, que nous négligeons, sous la forme du rapport de deux polynômes en p à coefficients réels, où

$$p = j\omega.$$

Décomposons ces polynômes en facteurs. On sait qu'un polynôme de degré n à coefficient réels à n racines réelles ou imaginaires, ces dernières étant en nombre pair, puisque la quantité conjuguée d'une racine est elle-même racine. Ceci prouve que dans le plan complexe ω , p , les pôles et les zéros sont situés symétriquement par rapport à l'axe des ω . Comme

d'autre part les pôles et les zéros sont tous situés à gauche de l'axe des p puisque le filtre est par hypothèse à « déphasage minimum », les racines des deux polynômes sont des types :

$$p = -\theta_i \pm j\omega_i, \quad \text{et } p = -\theta_j.$$

On peut donc écrire :

$$(5) \quad Z(p) = \frac{\prod_u [(p + \theta_u)^2 + \omega_u^2] \prod_v (p + \theta_v)}{\prod_i [(p + \theta_i)^2 + \omega_i^2] \prod_j (p + \theta_j)},$$

où les indices u, v, i et j peuvent prendre plusieurs fois la même valeur dans le cas où on a affaire à des pôles ou des zéros multiples.

Il faut d'autre part que le filtre présente une courbe de sélectivité statique analogue à celle d'un récepteur ou d'un émetteur de radiotélégraphie. Cette dernière a, en général, les deux propriétés suivantes :

a) la largeur de sa bande passante est petite vis-à-vis de la fréquence d'accord ;

b) lorsqu'on s'éloigne des fréquences frontières de sa bande passante, l'affaiblissement augmente d'une manière continue et la courbe tend à prendre une pente constante en décibels par octave.

La première propriété se traduit par une concentration de tous les pôles de $Z(p)$ dans une zone qui entoure la fréquence centrale de la courbe de sélectivité statique, et dont la largeur est de l'ordre de grandeur de celle de la bande passante.

La deuxième propriété (*) découle du fait qu'en radiocommunications, les émissions brouilleuses ne peuvent être localisées en fréquence une fois pour toutes et que, pour cette raison, il n'est pas nécessaire d'atténuer davantage un domaine déterminé de fréquences au détriment d'un autre. Le numérateur de $Z(p)$ n'a donc pas de racines imaginaires puisque la présence de l'une d'elles se traduirait par une irrégularité dans la forme de la courbe de sélectivité statique.

On peut donc écrire :

$$Z(p) = \prod_v (p + \theta_v) / \prod_i [(p + \theta_i)^2 + \omega_i^2].$$

On remarque que le domaine des fréquences situées au voisinage de la bande passante du filtre est privilégié, car plus on s'en éloigne, plus l'effet du signal devient négligeable. Comme la bande passante est étroite, les amortissements θ_i qui sont du même ordre de grandeur sont faibles, et il est possible de négliger θ_i devant p . On arrive donc à l'expression :

$$(6) \quad Z(p) = p^v / \prod_i [(p + \theta_i)^2 + \omega_i^2],$$

où l'indice i peut prendre un nombre fini de valeurs, dont plusieurs fois la même.

On peut enfin remarquer que le degré du numérateur de $Z(p)$ est toujours inférieur d'au moins une unité au degré de son dénominateur. Ceci résulte du fait que $Z(p)$ tend vers zéro lorsque p tend vers $\pm j\omega$, puisque le filtre est passe bande.

Dans le plan complexe ω, p , les pôles $-\theta_i \pm j\omega_i$ sont situés à l'intérieur d'un double contour C correspondant approximativement à la bande passante du récepteur, et sont placés symétriquement par rapport à l'axe ω réel, les zéros sont tous au point 0, point de rencontre des deux axes ω et p et leur nombre est inférieur à celui des pôles (fig. 10).

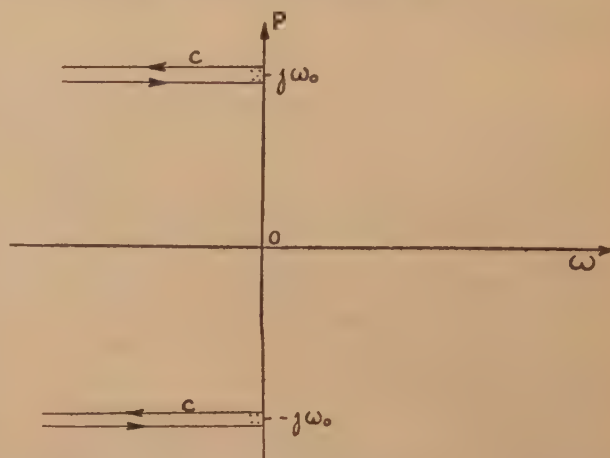


FIG. 10. — Position des pôles de l'impédance de transfert du filtre dans le plan complexe.

L'expression (6) représente en particulier la forme analytique générale de l'impédance de transfert d'un amplificateur sélectif dépourvu de réaction, dont les circuits de plaques sont, soit des circuits oscillants alignés ou décalés, soit des transformateurs accordés à couplages identiques ou différents, soit encore un mélange des deux. Cette expression convient donc bien puisque les circuits sélectifs des émetteurs et des récepteurs sont le plus souvent de ce type.

Ces circuits ne sont d'ailleurs pas des filtres au sens classique du terme, nous continuerons néanmoins à parler de filtre en prenant ce mot dans son sens le plus général.

2.2. Forme analytique de l'enveloppe de la réponse des filtres équivalents au signal $Y(t) \sin(\omega t + \varphi)$. — Appelons ω_0 la pulsation centrale de la courbe de sélectivité statique du filtre, et $\Delta\omega_0$ l'écart :

$$(7) \quad \Delta\omega_0 = \omega - \omega_0,$$

Considérons d'autre part l'original (**) de l'impédance de transfert du filtre :

$$(8) \quad Z(t) \supset Z(p),$$

Nous démontrerons en annexe 1 les points suivants :

a) l'enveloppe $M(t, \Delta\omega_0)$ de la réponse du filtre au signal $Y(t) \sin(\omega t + \varphi)$, peut se mettre sous la forme :

$$(9) \quad M(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t Z(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right\}.$$

(*) Cette deuxième propriété ne s'applique cependant pas aux récepteurs équipés de filtres à quartz.

(**) Nous utilisons dans cette deuxième partie le calcul symbolique basé sur la transformation de LAPLACE.

A partir de l'expression générale de $Z(t)$, que l'on peut tirer de celle de $Z(p)$, on montre que les variations de $M(t, \Delta\omega_0)$ sont du même ordre de grandeur que celles de $\sin \Delta\omega_0 t$ et de $\cos \Delta\omega_0 t$. Elles sont donc très lentes devant celles de $\sin (\omega_0 t + \varphi)$ lorsque :

$$\Delta\omega_0 \ll \omega_0;$$

b) l'enveloppe $M(t)$ de la réponse du filtre au signal $Y(t) \sin (\omega_0 t + \varphi)$ peut se mettre sous la forme :

$$(10) \quad M(t) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \zeta(\tau) d\tau \right\},$$

où $\zeta(t)$ est une fonction généralement complexe dont la fréquence des ondulations est de l'ordre de $(\omega_0 - \omega_i)/2\pi$ c'est-à-dire de l'ordre de grandeur de la bande passante du filtre ;

c) lorsque la courbe de sélectivité statique du filtre est symétrique par rapport à ω_0 la fonction $\zeta(t)$ devient soit réelle, soit imaginaire pure, et l'enveloppe $M(t)$ peut se mettre sous la forme :

$$(11) \quad M(t) = \int_0^t z(\tau) d\tau,$$

où $z(t)$ est une fonction réelle.

Cette simplification s'explique aisément en faisant le raisonnement suivant : l'image de la fonction $Z(t)e^{j\omega t}$ qui figure dans l'expression (9) est :

$$(12) \quad Z(p - j\omega) \sqsubset Z(t) e^{j\omega t}.$$

Cette image $Z(p - j\omega)$ ne peut pas représenter l'impédance de transfert d'un filtre passe-bas, la répartition de ses pôles dans le plan complexe ω, p n'étant pas symétrique par rapport à l'axe des ω . En effet le contour C' qui les contient est obtenu en déplaçant le contour C de la figure 10 parallèlement à lui-même d'une distance $+j\omega$ (fig. 11).

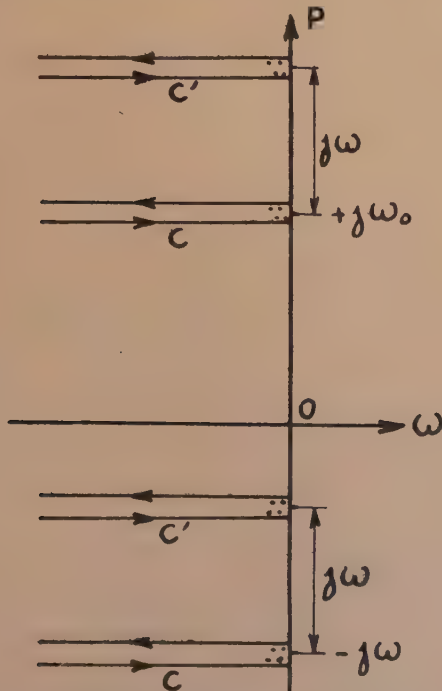


FIG. 11. — Positions respectives des pôles $Z(p)$ et de $Z(p - j\omega)$ dans le plan complexe.

Cependant lorsque ω se confond avec la pulsation ω_0 et que les pôles de $Z(p)$ sont situés symétriquement dans chacun des demi contours C , c'est-à-dire que la courbe de sélectivité statique du filtre est symétrique par rapport à ω_0 , on peut trouver un filtre passe-bas qui répond à la question.

Ceci provient du fait que l'un des demi contours C' est alors symétrique par rapport à l'axe des ω , et que l'autre est suffisamment éloigné pour qu'on puisse négliger l'effet des pôles qu'il contient.

Dans ce cas l'impédance de transfert $z(p)$ de ce filtre est justement l'image de la fonction $z(t)$ qui figure dans l'expression (11) et l'enveloppe $M(t)$ est la réponse de ce filtre au signal $Y(t)$.

Nous séparerons, par la suite, le cas du filtre « symétrique » du cas général.

Ceci n'était pas nécessaire car les résultats finaux sont les mêmes, mais le filtre symétrique faisant intervenir des fonctions réelles, conduit à des démonstrations plus simples et plus intuitives qu'il nous a semblé bon de donner pour faciliter la lecture de cette étude.

2.3. Relations existant entre la courbe de sélectivité statique du filtre et sa réponse au signal $Y(t) \sin (\omega_0 t + \varphi)$.

2.3.1. Grandeur caractérisant la forme de cette réponse. — L'enveloppe $M(t)$ de cette réponse est une fonction nulle à l'instant zéro, qui tend vers sa valeur statique lorsque t augmente indéfiniment. Elle reste continue et finie, ainsi que ses dérivées successives, lorsque t varie de zéro à l'infini. Ceci découle de la forme analytique de la fonction $Z(t)$.

Nous caractériserons le retard du filtre par l'ordre de contact de l'enveloppe $M(t)$ avec l'axe des t , ce contact étant d'ordre n lorsque :

$$(13) \quad \frac{d^q M(t)}{dt^q} = 0, \quad \text{pour } \begin{cases} t = 0, \\ 1 \leq q \leq n. \end{cases}$$

Nous évaluerons d'autre part la fidélité transitoire du filtre par la valeur de la pente maximum S max de la réponse $M(t)$. Nous nous ramenons ainsi à des grandeurs qui sont propriétés analytiques de la fonction $M(t)$.

2.3.2. Équation de la courbe de sélectivité statique d'un filtre. — Par convention, nous choisirons comme unité de mesure de l'amplitude de la réponse d'un filtre à un signal quelconque la valeur statique de la fonction $M(t)$.

Ceci revient à multiplier les équations (10) et (11) par le coefficient :

$$1/M(+\infty).$$

Pour simplifier l'écriture, nous ferons rentrer par la suite ce coefficient dans les fonction $z(t)$ et $\zeta(t)$.

a) *Cas d'un filtre « symétrique ».*

Nous verrons en annexe 1 que l'enveloppe de la

réponse du filtre au signal, $Y(t) \sin(\omega_0 + \Delta\omega_0)t$ peut se mettre sous la forme :

$$(14) \quad M(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t z(\tau) e^{j\Delta\omega_0\tau} d\tau \right\}$$

ceci découle des expressions (9) et (10).

En développant (14) en série, on obtient :

$$(15) \quad M(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \left[\sum_{q=1}^{+\infty} (-1)^q \frac{z^{q-1}(\tau)}{(j\Delta\omega_0)^q} e^{j\Delta\omega_0\tau} \right]_0^t \right\} (*)$$

Or d'après la forme de $z(t)$ qui renferme en facteur des termes en $e^{-\theta t}$, $z(t)$ et ses dérivées successives tendent vers zéro lorsque t tend vers l'infini.

On a donc :

$$(16) \quad M(+\infty, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \sum_{q=1}^{+\infty} (-1)^q \frac{z^{q-1}(0)}{(j\Delta\omega_0)^q} \right\}.$$

Cette expression est une des formes de l'équation de la courbe de sélectivité statique du filtre.

b) *Cas général.*

On démontre de la même manière que cette équation se met sous la forme :

$$(17) \quad M(+\infty, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \sum_{q=1}^{+\infty} (-1)^q \frac{\zeta^{q-1}(0)}{(j\Delta\omega_0)^q} \right\}.$$

2.3.3. Relation entre le retard d'un filtre et la pente asymptotique de sa courbe de sélectivité statique.

a) *Cas d'un filtre symétrique.*

Soit un retard caractérisé par un contact d'ordre n entre l'enveloppe $M(t)$ et l'axe des t , on peut écrire d'après (14) et (13) :

$$(18) \quad \frac{d^{q-1}M(t)}{dt^{q-1}} = 0, \quad \text{pour} \begin{cases} t = 0, & \text{et} \\ 1 \leq q \leq n. \end{cases}$$

L'équation (16) s'écrit donc :

(19)

$$M(+\infty, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \sum_{q=n+1}^{+\infty} (-1)^q \frac{z^{q-1}(0)}{(j\Delta\omega_0)^q} \right\}.$$

Cette expression est convergente lorsque $\Delta\omega_0$ devient suffisamment grand, elle tend vers :

$$(20) \quad z^n(0)/\Delta\omega_0^{n+1}.$$

b) *Cas général.*

On peut démontrer que pour un contact d'ordre n entre $M(t)$ et l'axe des t :

$$(21) \quad \frac{d^{q-1}\zeta(t)}{dt^{q-1}} = 0, \quad \text{pour} \begin{cases} t = 0, & \text{et} \\ 1 \leq q \leq n. \end{cases}$$

On en déduit que l'équation (20) est encore valable. On obtient donc le théorème suivant :

Théorème 1. — Soit $M(t)$ l'enveloppe de la réponse d'un filtre au signal $Y(t) \sin \omega_0 t$ où ω_0 est la pulsation centrale du filtre. L'ordre n du contact de cette enveloppe avec l'axe des t (pour $t = 0$) est

lié à la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique du filtre ; celle-ci est en effet égale à $6(n+1)$ décibels par octave.

Ce théorème explique simplement que le temps de transmission d'un signal à travers un filtre est d'autant plus long que ce dernier a plus de cellules ; on sait, en effet que plus leur nombre est élevé, plus la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique du filtre est importante.

2.3.4. Largeur de la courbe de sélectivité statique.

L'équation (11), peut s'écrire :

$$z(t) = M'(t)$$

en portant dans (20) on obtient :

$$(22) \quad M(+\infty, \Delta\omega_0) \rightarrow z^{n+1}(0)/\Delta\omega_0^{n+1}$$

ce qui donne le théorème :

Théorème 2. — La largeur de la courbe de sélectivité statique d'un filtre à affaiblissement suffisant pour qu'à cet endroit cette dernière ait une pente constante en décibels par octave, est proportionnelle à la première dérivée non nulle de l'enveloppe $M(t)$ pour $t = 0$.

Plus la courbe de sélectivité statique d'un filtre est large, plus le temps de montée de sa réponse à un signal parfaitement rectangulaire est court. Ce théorème exprime donc que ce temps de montée diminue lorsqu'augmente la valeur de la première dérivée non nulle de la réponse prise à l'instant initial. Ce résultat est physiquement intuitif.

2.4. Calcul de la courbe de sélectivité dynamique du système de communications.

2.4.1. Forme mathématique de l'enveloppe de la réponse du filtre F_r .

Considérons le schéma de la figure 9 et distinguons les grandeurs qui caractérisent F_e et F_r par l'emploi des indices e et r .

Supposons le filtre F_e accordé sur la pulsation ω_e : $\omega_e = \omega_0 + \Delta\omega_0$, et attaqué par le signal :

$$Y(t) \sin \omega_e t.$$

A sa sortie il fournit le signal :

$$(23) \quad Y(t) M_e(t) \sin \omega_e t,$$

qu'on injecte à l'entrée du filtre F_r accordé sur la pulsation ω_0 .

Nous démontrerons en annexe I que l'enveloppe $E(t, \Delta\omega_0)$ de la réponse du filtre F_r au signal (23) est donnée par l'expression :

$$(24) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t z_r(\tau) M_e(t-\tau) e^{j\Delta\omega_0\tau} d\tau \right\},$$

si le filtre F_r est « symétrique », et par l'expression :

$$(25) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \zeta_r(\tau) M_e(t-\tau) e^{j\Delta\omega_0\tau} d\tau \right\}$$

dans le cas général.

(*) L'exposant $q-1$ indique une dérivation d'ordre $q-1$.

2.4.2. Développement en série de l'expression analytique de l'enveloppe.

On peut développer en série les intégrales (24) et (25) en les intégrant indéfiniment par parties.

Pour un filtre « symétrique », on obtient :

$$(26) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \left[\sum_{q=0}^{+\infty} \sum_{u=0}^q (-1)^{q-u} C_q^u \frac{z_r^{q-u}(\tau) M_e^u(t-\tau)}{(j\Delta\omega_0)^{q+1}} e^{j\Delta\omega_0\tau} \right]_0^t \right\}$$

où C_q^u est le coefficient du développement du binôme.

Dans le cas général, on obtient un développement semblable dans lequel la fonction réelle $z_r(r)$ est remplacée par la fonction complexe $\zeta_r(r)$.

Pour des valeurs de $\Delta\omega_0$ suffisamment grandes ces deux séries sont convergentes. C'est de leur étude que nous allons tirer les propriétés de la courbe de sélectivité dynamique.

2.5. Relations liant les pentes asymptotiques de la courbe de sélectivité dynamique à celles des courbes de sélectivité statique de F_e et F_r . — La démonstration est la même, que les filtres soient symétriques ou non. Nous partirons donc de l'équation (26).

Soit deux filtres F_e et F_r ayant des pentes asymptotiques :

$$(27) \quad p_e = 6(n_e + 1) \text{ dB/oct}, \text{ et } p_r = 6(n_r + 1) \text{ dB/oct}.$$

D'après le théorème 1, on a :

$$(28) \quad \frac{d^u M_e(t-\tau)}{d\tau^u} = 0, \quad \text{pour } \begin{cases} \tau = t, \\ 1 \leq u \leq n_e, \end{cases} \quad \text{et}$$

$$(29) \quad \frac{d^{u-1} z_r(\tau)}{d\tau^{u-1}} = 0, \quad \text{pour } \begin{cases} \tau = 0, \\ 1 \leq u \leq n_r. \end{cases}$$

Ceci revient à dire que la série :

$$(30) \quad \sum_{u=0}^q (-1)^{q-u} C_q^u \frac{z_r^{q-u}(\tau) M_e^u(t-\tau)}{(j\Delta\omega_0)^{q+1}} e^{j\Delta\omega_0\tau}$$

est nulle pour :

$$(31) \quad \begin{array}{ll} \tau = 0, & \text{si } q \leq n_r - 1, \\ \text{et } \tau = t, & \text{si } q \leq n_e. \end{array}$$

Posons :

$$(32) \quad n_d = \begin{cases} n_r & \text{si } n_r \leq n_e + 1, \\ n_e + 1 & \text{si } n_e + 1 \leq n_r. \end{cases}$$

L'expression (26) devient :

$$(33) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \left[\sum_{q=n_d}^{+\infty} \sum_{u=0}^q (-1)^{q-u} C_q^u \frac{z_r^{q-u}(\tau) M_e^u(t-\tau)}{(j\Delta\omega_0)^{q+1}} e^{j\Delta\omega_0\tau} \right]_0^t \right\}$$

Cette expression converge, lorsque $\Delta\omega_0$ devient suffisamment grand vers :

$$(34) \quad E(t, \Delta\omega_0) \rightarrow \text{Mod} \left\{ \frac{\psi(t, n_d, \Delta\omega_0)}{(j\Delta\omega_0)^{n_d+1}} \right\},$$

où $\psi(t, n_d, \Delta\omega_0)$ est une fonction complexe dont nous étudierons la forme plus loin.

La variation du maximum de $E(t, \Delta\omega_0)$ donne la courbe de sélectivité dynamique du système de communications. L'expression (46) montre qu'à partir d'une certaine valeur de $\Delta\omega_0$ cette courbe prend une pente constante en décibels par octave égale à :

$$P_d = 6(n_d + 1) \text{ décibels par octave}.$$

Ceci nous conduit au théorème :

Théorème 3. — Soit un système de communications à sauts d'amplitude composé d'un émetteur et d'un récepteur dont les pentes asymptotiques des courbes de sélectivité statique sont p_e et p_r . La pente asymptotique de la courbe de sélectivité dynamique de la liaison est égale à :

$$P_d = \begin{cases} p_e + 6, & \text{si } p_e + 6 \leq p_r, \\ p_r, & \text{si } p_r \leq p_e + 6, \end{cases}$$

les pentes étant exprimées en décibels par octave.

Ce théorème est fondamental car il montre de quelle manière il est possible de faire varier la valeur de la pente asymptotique de la courbe de sélectivité dynamique. Nous en étudierons la signification physique dans la quatrième partie de cette étude.

2.6. Largeur de la courbe de sélectivité dynamique.

2.6.1. Forme de la fonction $\psi(t, n_d, \Delta\omega_0)$. D'après (33) et (34) on peut écrire :

$$(35) \quad \psi(t, n_d, \Delta\omega_0) = \left[\sum_{u=0}^{n_d} (-1)^{n_d-u} C_{n_d}^u z_r^{n_d-u}(\tau) M_e^u(t-\tau) e^{j\Delta\omega_0\tau} \right]_0^t.$$

En faisant intervenir les égalités (28) et (29) on est amené à distinguer trois cas :

$$a) \quad n_d = n_r = n_e + 1,$$

$$(36) \quad \psi(t) = z_r(t) M_e^{n_d}(0) e^{j\Delta\omega_0 t} + (-1)^{n_d} z_r^{n_d}(0) M_e(t);$$

$$b) \quad n_d = n_r < n_e + 1,$$

$$(37) \quad \psi(t) = (-1)^{n_d} z_r^{n_d}(0) M_e(t);$$

$$c) \quad n_d = n_e + 1 < n_r,$$

$$(38) \quad \psi(t) = M_e^{n_d}(0) z_r(t) e^{j\Delta\omega_0 t}.$$

Ceci n'est valable que pour un système de communications dont le récepteur est symétrique. S'il en est autrement, il faut remplacer, dans les trois équations qui précèdent, la fonction réelle $z_r(t)$ par la fonction complexe $\zeta_r(t)$.

Nous avons vu que pour obtenir l'équation des parties droites de la courbe de sélectivité dynamique de la liaison, il faut calculer le module de $\psi(t)$. Celui-ci n'a une expression simple que dans les deux derniers cas, que seuls nous étudierons (*). Soit :

pour $n_d = n_r < n_e + 1$,

$$(39) \quad \text{Mod} \{ \psi(t) \} = M_r^{n_d+1}(0) M_e(t),$$

F_r « symétrique » ou « cas général » ;

(*) Nous étudierons la signification physique du premier cas dans la quatrième partie ; nous expliquerons pourquoi l'expression de $\psi(t)$ est compliquée.

pour $n_d = n_e + 1 < n_r$,

$$(40) \quad \text{Mod} \{ \psi(t) \} = \begin{cases} M_e^{n_d}(0) z_r(t), & (F_r \text{ « symétrique »}) \\ M_e^{n_d}(0) [\text{Mod} \{ \zeta_r(t) \}] & (F_r \text{ « cas général »}). \end{cases}$$

2.6.2. Largeur de la courbe de sélectivité dynamique dans le cas où $n_d = n_r < n_e + 1$. — Appelons :

$$A_{se}(\Delta\omega_0, n_e), \quad \text{et} \quad A_{sr}(\Delta\omega_0, n_r)$$

les affaiblissements des courbes de sélectivité statique des filtres F_e et F_r , à l'endroit de leurs parties droites.

D'après (22) on a :

$$(41) \quad A_{se}(\Delta\omega_0, n_e) = \frac{\Delta\omega_0^{n_e+1}}{M_e^{n_e+1}(0)},$$

$$\text{et} \quad A_{sr}(\Delta\omega_0, n_r) = \frac{\Delta\omega_0^{n_r+1}}{M_r^{n_r+1}(0)}.$$

D'autre part, lorsque $\Delta\omega_0$ devient suffisamment grand, l'affaiblissement de la courbe de sélectivité dynamique d'après (34) tend vers :

$$(42) \quad A_d \rightarrow \frac{\Delta\omega_0^{n_d+1}}{\text{Mod} \{ \psi(t_m, n_d, \Delta\omega_0) \}}$$

où t_m est la valeur de t qui rend maximum

$$\text{Mod} \{ \psi(t, n_d, \Delta\omega_0) \};$$

avec (39), (42) devient :

$$A_d \rightarrow \frac{\Delta\omega_0^{n_r+1}}{M_r^{n_r+1}(0) \cdot M_e(t_m)} = \frac{A_{sr}(\Delta\omega_0, n_r)}{M_e(t_m)};$$

et en appelant a l'amplitude maximum de la suroscillation relative de l'enveloppe $M_e(t)$ du signal émis, on arrive à :

$$(43) \quad A_d \rightarrow A_{sr}(\Delta\omega_0, n_r) / (1 + a),$$

puisque par convention l'unité de mesure de $M_e(t)$ est sa valeur statique.

D'où le théorème suivant :

Théorème 4. — Soit un système de communications dont le signal de modulation est un signal unité. Supposons d'autre part que la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique de l'émetteur soit au moins égale à celle de la courbe de sélectivité statique du récepteur. Pour un écart $\Delta\omega_0$ suffisamment grand autour de la pulsation centrale ω_0 du système, l'affaiblissement de la courbe de sélectivité dynamique est égal à la différence entre l'affaiblissement de la courbe de sélectivité statique du récepteur et le rapport de l'amplitude maximum à l'amplitude statique de l'enveloppe du signal injecté dans le récepteur, ces deux quantités étant exprimées en décibels.

On remarque que si l'amplitude de la suroscillation est petite devant l'unité, ceci afin d'avoir une fidélité acceptable, la largeur de la courbe de sélectivité dynamique du système est voisine de celle de la courbe de sélectivité statique du récepteur.

2.6.3. Largeur de la courbe de sélectivité dynamique de la liaison dans le cas où $n_d = n_e + 1 < n_r$.

a) *Cas où le filtre F_r est « symétrique ».*

En combinant les équations (34), (40) et (41), on obtient l'affaiblissement de la courbe de sélectivité dynamique à l'endroit de ses parties droites :

$$(44) \quad A_{dr}(\Delta\omega_0) = A_{se}(\Delta\omega_0, n_e) \Delta\omega_0 / S_{\max}$$

où $S_{\max}$ est la pente maximum de l'enveloppe $M_r(t)$ de la réponse du récepteur au signal $\Upsilon(t) \sin \omega_0 t$; elle caractérise, comme nous l'avons vu, la fidélité transitoire de ce dernier.

A partir du développement (15), on peut démontrer que :

$$(45) \quad A_{dr}(\Delta\omega_0) = \Delta\omega_0 / S_{\max} (*)$$

est l'expression des parties droites de la courbe de sélectivité dynamique du récepteur seul, c'est-à-dire du récepteur attaqué par un signal parfaitement rectangulaire.

(44) devient :

$$(46) \quad A_d(\Delta\omega_0) = A_{se}(\Delta\omega_0, n_e) \cdot A_{dr}(\Delta\omega_0).$$

b) *Cas général.*

L'affaiblissement de la courbe de sélectivité dynamique à l'endroit de ses parties droites s'écrit :

$$(47) \quad A_{dr}(\Delta\omega_0) = A_{se}(\Delta\omega_0, n_e) \Delta\omega_0 / \text{Mod} \{ \zeta_r(t) \}_{\max}.$$

On peut démontrer que :

$$A_{dr}(\Delta\omega_0) = \Delta\omega_0 / \text{Mod} \{ \zeta_r(t) \}_{\max}$$

représente les parties linéaires de la courbe de sélectivité dynamique du récepteur seul et l'équation (46) reste valable.

On arrive au théorème :

Théorème 5. — Soit un système de communications à sauts d'amplitude dont le récepteur a une pente asymptotique supérieure à celle de l'émetteur de plus de 6 décibels par octave. A partir d'un écart $\Delta\omega_0$ suffisamment grand pour que toutes les courbes de sélectivité aient une pente constante en décibels par octave, la courbe de sélectivité dynamique du système est égale à la somme de la courbe de sélectivité statique de l'émetteur et de la courbe de sélectivité dynamique du récepteur seul.

Il semble donc que pour un récepteur donné, il soit avantageux de choisir un émetteur de bande passante aussi étroite que possible. Il n'en est rien pour les deux raisons suivantes :

a) on est limité par la nécessité de garder une fidélité suffisante ;

b) la courbe de sélectivité dynamique d'un système reste toujours comprise entre les courbes de sélectivité statique et de sélectivité dynamique du récepteur ; ceci découle simplement de la définition de ces deux courbes.

(*) L'équation (45) montre dans un cas simple les liens entre la fidélité et la forme de la courbe de sélectivité dynamique.

2.6.4. Largeurs optima des bandes passantes des filtres F_e et F_r . — La courbe de sélectivité dynamique doit prendre une pente constante en décibels par octave à partir d'un écart de pulsation $\Delta\omega_0$ aussi voisin que possible de la frontière de la bande passante de l'ensemble F_e, F_r . Il est en effet évident que la courbe de sélectivité dynamique est d'autant plus étroite que cet écart est faible. Ceci est d'ailleurs d'autant plus marqué que sa pente tend vers une valeur constante importante.

Lorsqu'on examine la série (26), on voit qu'elle ne commence à converger qu'à partir du moment où les séries, qui définissent les courbes de sélectivité statique de l'émetteur et du récepteur (voir (16)), sont elles-mêmes convergentes.

Ceci revient à dire que la courbe de sélectivité dynamique du système de communications devient droite à partir d'un écart supérieur à ceux qui limitent les parties droites des courbes de sélectivité statique de l'émetteur et du récepteur. Dans ces conditions, il est évident que cette courbe à une largeur minimum lorsque ces deux courbes de sélectivité statique deviennent droites pour un même écart de fréquence.

D'où le théorème :

Théorème 6. — Les bandes passantes des courbes de sélectivité statique de l'émetteur et du récepteur d'un système de communications à sauts d'amplitude doivent être choisies de telle manière que le pentes de ces deux courbes, exprimées en décibels par octave, deviennent constantes à partir d'un même écart $\Delta\omega_0$ autour de la pulsation centrale ω_0 du système.

Ce théorème n'est pas rigoureux, car il est difficile d'apprécier, sur la courbe de sélectivité statique d'un filtre, l'endroit où celle-ci devient droite. En fait ceci se produit approximativement lorsque les bandes passantes de l'émetteur et du récepteur sont égales.

2.7. Système de communications radiotélégraphiques à encombrement minimum de fréquence. — Les propriétés de la courbe de sélectivité dynamique du schéma de principe de la figure 9 montrent qu'en définissant la sélectivité statique d'un émetteur par la courbe qui donne la différence entre le spectre de puissance du signal émis et celui du signal parfaitement rectangulaire qui lui correspond, on a avantage :

a) à choisir un émetteur dont la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique soit au moins égale à celle du récepteur (voir théorèmes 3 et 4) ;

b) à prendre un émetteur et un récepteur dont les bandes passantes aient la même largeur (voir théorème 6).

Ceci revient à dire que l'encombrement réel d'un système de communications à sauts d'amplitude est, en théorie, minimum lorsque l'émetteur et le récepteur du système ont des courbes de sélectivité statique identiques, et que la pente asymptotique de ces dernières est aussi grande que possible, compte tenu de la fidé-

lité minimum acceptable ; en effet une augmentation démesurée de celle-ci peut entraîner une suroscillation trop importante.

TROISIÈME PARTIE

VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DES PROPRIÉTÉS DE LA COURBE DE SÉLECTIVITÉ DYNAMIQUE D'UN SYSTÈME DE COMMUNICATION A SAUTS D'AMPLITUDE

Les théories que nous venons de développer sont des théories asymptotiques, en ce sens que leurs résultats s'approchent d'autant plus de la réalité que l'écart de fréquences entre émetteur et récepteur est grand. On conçoit donc qu'il soit important de contrôler expérimentalement ces résultats.

Il est d'autre part nécessaire de vérifier que le degré de fidélité du système, que nous avons supposé *a priori* constant, ne s'altère pas trop rapidement lorsqu'on augmente dans de grandes proportions les sélectivités de l'émetteur et du récepteur.

C'est pour préciser ces deux points que nous avons entrepris les essais, que nous allons exposer dans cette troisième partie.

3.1. Essais effectués. — Dans la première série de mesures, nous avons cherché quel est l'effet de la sélectivité d'un récepteur sur sa courbe de sélectivité dynamique lorsqu'il est attaqué par un signal parasite d'enveloppe quasi rectangulaire.

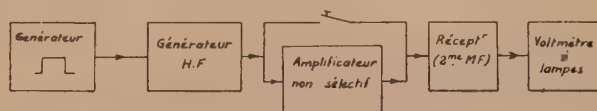


FIG. 12. — Schéma fonctionnel du premier montage de mesure.

Le schéma fonctionnel du montage des mesures est donné sur la figure 12

Un générateur fournissant des signaux rectangulaires à la vitesse de 300 bauds, est utilisé pour moduler un générateur muni d'un atténuateur variable étalonné. Le signal HF modulé à 80 % est injecté sur la deuxième HF à 80 kc/s d'un récepteur type Marine OC/OM. A la sortie un voltmètre de crête mesure l'amplitude maximum de l'enveloppe.

Pour faire varier la sélectivité du récepteur, nous avons pris successivement, les trois étages, les deux premiers étages, le premier étage, et le troisième étage de la HF du récepteur, et pour compenser la perte de gain, nous avons intercalé entre le générateur et le récepteur un amplificateur non sélectif.

Les courbes de sélectivité dynamique ont été relevées successivement à niveau de sortie constant.

Dans la deuxième série des mesures nous avons cherché

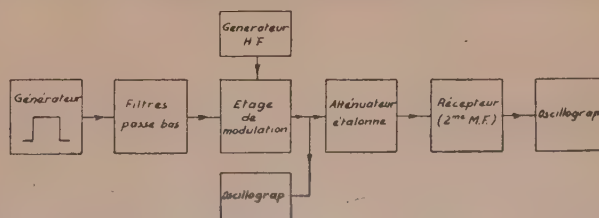


FIG. 13. — Schéma fonctionnel du deuxième montage de mesure.

à dégager les effets respectifs des sélectivités de l'émetteur et du récepteur.

Le schéma fonctionnel du montage de mesures est donné sur la figure 13.

Quatre filtres passe bas dont les caractéristiques sont données sur le tableau suivant, sont intercalés successivement entre le générateur de signaux rectangulaires et un étage de modulation.

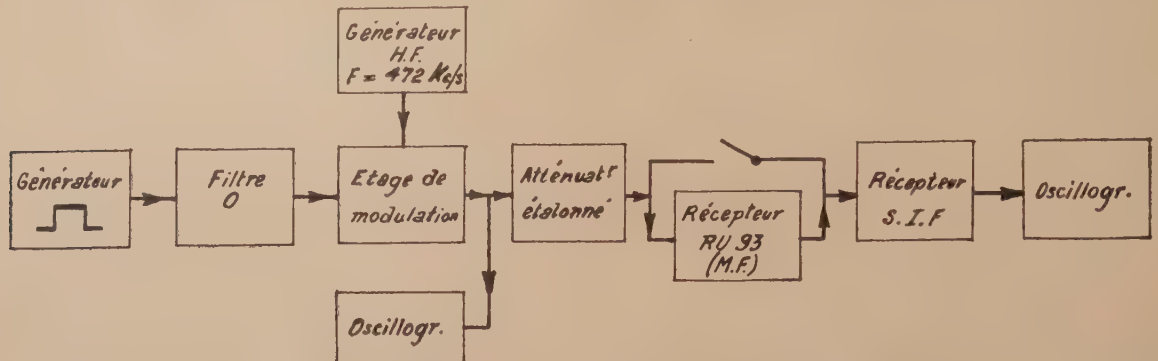


FIG. 14. — Schéma fonctionnel du troisième montage de mesure.

NUMÉRO DU FILTRE	BANDE PASSANTE	PENTE ASYMPTOTIQUE
0	> 100 kc/s	
6	500 c/s	6 dB/oct
12	500 c/s	12 dB/oct
24	500 c/s	24 dB/oct

Le signal fourni par l'étage de modulation, toujours modulé à 80 % passe à travers un atténuateur étalonné et est ensuite injecté dans la deuxième HF du récepteur. La mesure de l'amplitude maximum de l'enveloppe du signal se fait sur un oscillographe.

Pour réduire les effets dus aux instabilités et aux dérives de fréquence, les quatre filtres sont montés sur un même châssis et leur mise en circuit est commandée par un simple interrupteur. Cette disposition permet de relever à la fois et très rapidement les quatre courbes de sélectivité dynamique correspondant à un même degré de sélectivité du récepteur.

Dans la troisième série de mesures, nous avons cherché

à préciser l'effet de la sélectivité de l'émetteur. Le schéma fonctionnel du montage est donné sur la figure 14.

L'étage de modulation fournit ici un signal de 472 kc/s, d'enveloppe quasi rectangulaire. Ce signal passe ensuite à travers un atténuateur étalonné, puis à travers les trois étages H F d'un récepteur RU.93, jouant le rôle de filtre passe-bande. Une fois filtré, ce signal est injecté dans le récepteur type OC/OM utilisé ici en totalité.

La mesure de l'amplitude minimum du signal est faite comme précédemment sur un oscillographe. La courbe de sélectivité dynamique est relevée à niveau constant en faisant varier la fréquence d'accord du récepteur.

3.2. Influence de la sélectivité du récepteur.

— Sur la figure 15, on voit que les quatre courbes de sélectivité dynamique deviennent parallèles lorsque l'affaiblissement dépasse 30 décibels. Ces courbes sont assez voisines et le seraient davantage si elles étaient déplacées de manière que les courbes de sélectivité statique correspondantes aient une même largeur à 3 décibels.

Cet essai montre, par conséquent, qu'une augmentation de la sélectivité d'un récepteur n'a qu'une faible influence sur la largeur de la courbe de sélectivité dynamique lorsqu'il est attaqué par des points quasi-rectangulaires. Il confirme donc entièrement les conclusions de la première partie de cette étude.

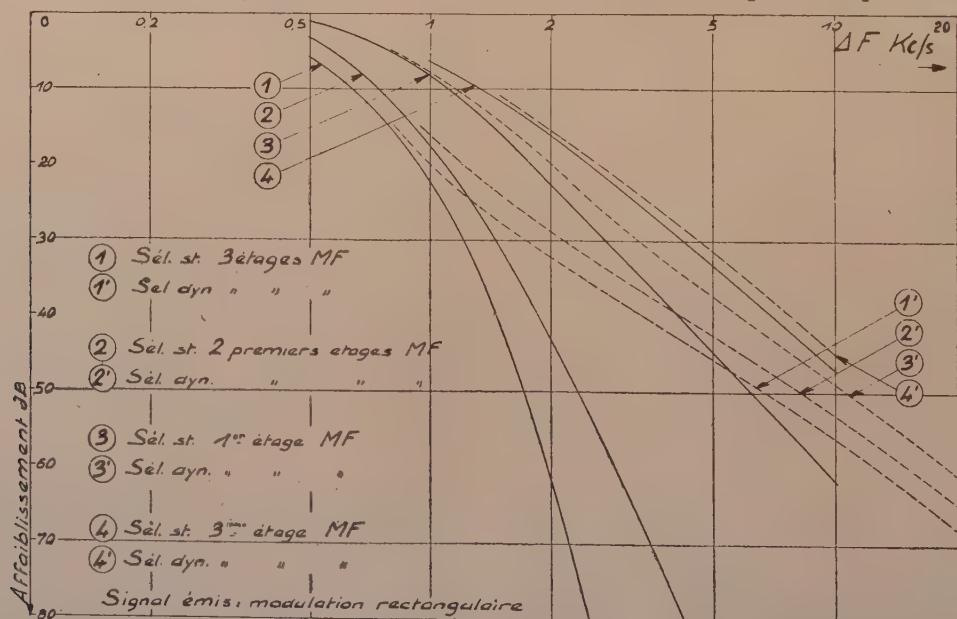


FIG. 15. — Influence de la sélectivité du récepteur sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique (première série de mesures).

TABLEAU I

3.3. Influence de la sélectivité de l'émetteur.
 — Nous avons démontré, au paragraphe 2.6, qu'un système composé d'un émetteur et d'un récepteur dont les pentes asymptotiques des courbes de sélectivité statique sont respectivement p_e et p_r , présente une courbe de sélectivité dynamique dont la pente asymptotique p_d est :

$$(48) \quad p_d = \begin{cases} p_e + 6, & \text{si } p_e + 6 \leq p_r, \\ p_r, & \text{si } p_e + 6 \geq p_r, \end{cases}$$

ces pentes étant exprimées en décibels par octave. Nous allons vérifier expérimentalement cette relation.

Pour cela, il faut pouvoir déterminer la valeur de p_e . On remarque que cette pente est égale à la somme :

a) d'une pente p_e qui correspond à la sélectivité des circuits qui sont incorporés dans l'émetteur pour en faire varier la sélectivité statique ;

b) d'une pente p_{e0} qui correspond au résidu de sélectivité dû aux différentes constantes de temps des circuits de modulation, d'alimentation, de codage, etc....

	PENTES EN DÉCIBELS PAR OCTAVE					
	p_r	p_{ef}	p_{d0}	p_e	p_d CAL- CULÉE	p_d ME- SURÉE
FIG. 16. — 2 ^e série de mesures. Courbe 2	17	6	12	12	17	17
FIG. 17. — 2 ^e série de mesures. Courbe 2	26	6	12,5	12,5	18,5	19
Courbe 3	26	12	12,5	18,5	24,5	25
Courbe 4	26	24	12,5	30,5	26	25
FIG. 18. — 2 ^e série de mesures. Courbe 2	40	6	12	12	18	19
Courbe 3	40	12	12	18	24	23
Courbe 4	40	24	12	30	36	23
FIG. 19. — 3 ^e série de mesures. Courbe 3	46	21	14,5	29,5	35,5	35

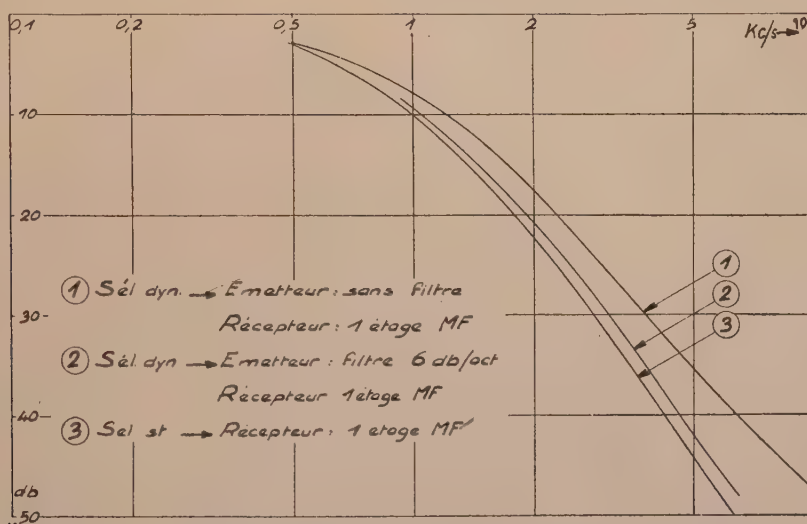


FIG. 16. — Influence de la sélectivité de l'émetteur sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique lorsque le récepteur est très peu sélectif (deuxième série de mesures).

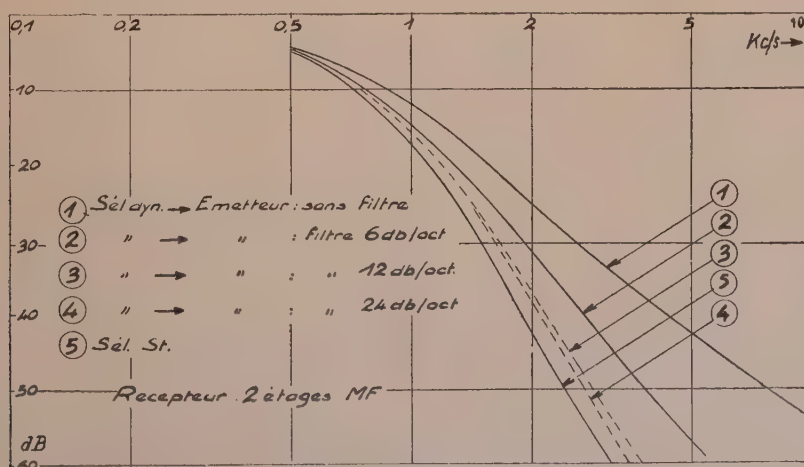


FIG. 17. — Influence de la sélectivité de l'émetteur sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique lorsque le récepteur est moyennement sélectif (deuxième série de mesures).

L'équation (48) montre que dans le cas où p_{ef} est nulle, la pente p_d que nous appellerons alors p_{d0} est égale à :

$$p_{d0} = p_{eo} + 6.$$

On peut donc écrire :

$$(49) \quad p_e = p_{ef} + p_{d0} - 6,$$

Dans l'avant-dernier cas, on obtient cependant un écart important entre ces deux valeurs. On remarquera que cet écart n'infirme par la relation (48), mais qu'il signifie simplement qu'un filtrage effectué dans un émetteur avant l'étape de modulation, risque d'être inopérant, car cet étage recrée en partie les composantes éloignées du spectre, son fonction-

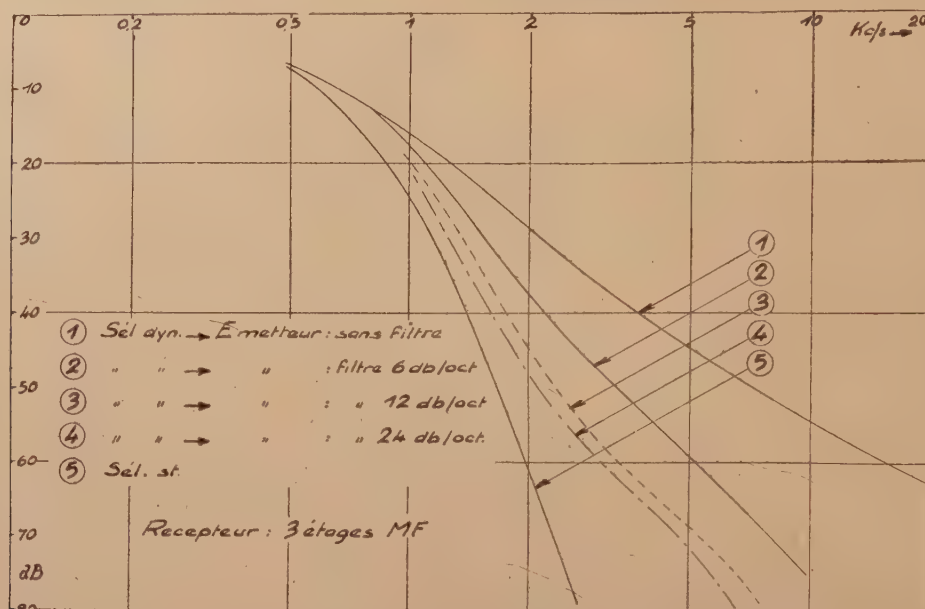


FIG. 18. — Influence de la sélectivité de l'émetteur sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique lorsque le récepteur est assez sélectif (troisième série de mesures).

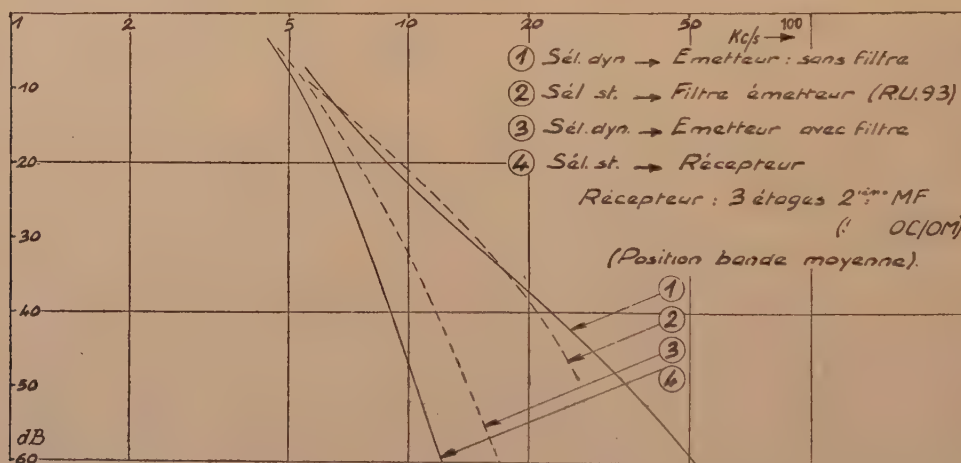


FIG. 19. — Influence de la sélectivité de l'émetteur sur la forme de la courbe de sélectivité dynamique lorsque le récepteur est fortement sélectif (troisième série de mesures).

ce qui montre que p_e peut s'exprimer en fonction de deux quantités p_{ef} et p_{d0} qui sont facilement mesurables.

Des différentes séries de mesures on peut tirer le tableau I.

Ce tableau montre que sur sept pentes comprises entre 17 et 35 décibels par octave, les différences entre valeurs calculées et mesurées ne dépassent pas un décibel. Cette coïncidence est assez remarquable car les pentes mesurées ne sont pas les pentes asymptotiques, mais des pentes moyennes mesurées dans un intervalle qui s'étend de 4 à 10 fois la largeur de la bande passante.

nement n'étant jamais parfaitement linéaire.

A une augmentation de la pente de la courbe de sélectivité dynamique correspond évidemment une diminution de sa largeur. Cette diminution se voit particulièrement bien sur la figure 20, sur laquelle nous avons porté les deux courbes de sélectivité dynamique de la figure 18, en choisissant une échelle linéaire de fréquences.

On a donc avantage à utiliser un émetteur à forte sélectivité. Puisque la relation (48) se vérifie expérimentalement, il en résulte d'autre part que l'optimum est bien réalisé lorsque les sélectivités à l'émission et à la réception sont égales.

teur à bande passante égale, risque d'altérer la fidélité de la chaîne de transmission, cette limite est assez reculée, car elle est loin d'être atteinte dans

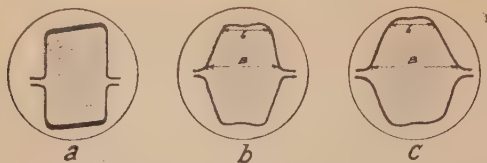


FIG. 21. — Fidélité (troisième série de mesures), *a* : signal avant RU93, *b* : signal sortie RU93, $b/B = 0,66$, *c* : signal sortie récepteur $b/B = 0,515$.

nos expériences. Il est donc parfaitement possible de séparer le problème du brouillage du problème de la fidélité, et l'hypothèse de départ du paragraphe 0.3 est entièrement justifiée.

QUATRIÈME PARTIE

PROPRIÉTÉS DE LA COURBE DE SÉLECTIVITÉ DYNAMIQUE D'UN SYSTÈME DE RADIOCOMMUNICATION A MODULATION D'AMPLITUDE DE PHASE OU DE FRÉQUENCE

Jusqu'ici nous avons cherché à dégager les propriétés de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communication à sauts d'amplitude, ou plus précisément celles d'un système utilisant comme signal de modulation d'amplitude un signal unité. Nous avons montré en particulier qu'en jouant à la fois sur les sélectivités statiques de l'émetteur et du récepteur, et ceci sans réduire leurs bandes passantes, il était possible d'augmenter la pente asymptotique de cette courbe de sélectivité dynamique et par conséquent de réduire les risques de brouillage.

Dans cette quatrième partie, nous allons essayer de montrer que cette propriété s'applique à la généralité des systèmes de radiocommunications quel que soit leur type de modulation. Cette généralisation est en effet d'un intérêt certain, car si elle est possible le problème du brouillage entre systèmes de radiocommunications est non seulement déterminé mais encore résolu.

Nous verrons d'autre part qu'en partant de cette propriété, on peut montrer que la méthode utilisée actuellement pour évaluer un brouillage radioélectrique est valable, c'est-à-dire que le niveau d'énergie parasite captée par le récepteur peut être utilisé pour repérer un tel brouillage. Ce dernier point est très important car il facilite considérablement le calcul de ce brouillage.

Comme précédemment, nous allons remplacer le système de communication par un ensemble de structure plus simple que nous allons commencer par définir.

4.1. Hypothèses de départ. — Soient un récepteur calé sur une fréquence f_0 et un émetteur fournissant une porteuse de fréquence :

$$f_p = f_0 \pm \Delta f_0$$

modulée en amplitude, en fréquence ou en phase. Schématisons l'ensemble de ces deux appareils par

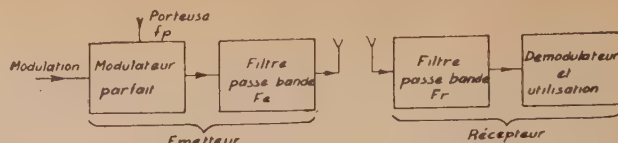


FIG. 22. — Schéma équivalent d'un système de radiocommunication du point de vue de sélectivité dynamique.

le schéma de principe de la figure 22, et analysons les propriétés de chacun de ces éléments ainsi que les hypothèses que nous allons faire sur leur fonctionnement.

a) Le modulateur parfait fournit un signal dont la forme la plus générale est :

$$(51) \quad S_m(t) = M(t) \cos \{ 2\pi f_p t + F(t) \},$$

dans laquelle $M(t)$ représente une modulation d'amplitude et $F(t)$ une modulation de fréquence ou de phase ; par nature ces deux fonctions sont lentement variables devant $\cos 2\pi f_p t$, c'est-à-dire que la largeur de la partie « essentielle » du spectre du signal (51) est très petite devant f_p .

Nous admettrons que le spectre d'énergie de ce signal décroît en moyenne de p_m décibels par octave dans sa partie non essentielle.

b) Le signal d'émission peut se mettre sous la forme :

$$(52) \quad S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n(t) \cos \{ 2\pi n f_p t + F_n(t) \}.$$

En effet les étages HF de l'émetteur fonctionnant généralement en classe C, donnent naissance à des harmoniques de la porteuse, qui ne sont pas complètement éliminés par les circuits de sortie de l'émetteur. D'autre part le terme fondamental du signal émis :

$$(53) \quad S_1(t) = M_1(t) \cos \{ 2\pi f_p t + F_1(t) \}$$

diffère légèrement de (51), cette différence provenant de la sélectivité et de la non linéarité des étages BF et HF de l'émetteur, et des constantes de temps de ses circuits de modulation.

Comme dans cette étude nous ne considérons que des écarts Δf_0 faibles devant f_0 , nous pouvons négliger les harmoniques de la porteuse et confondre le signal d'émission avec son terme fondamental (53).

Les fonctions $M_1(t)$, $F_1(t)$ et $M(t)$, $F(t)$ n'étant pas rigoureusement identiques, les spectres des signaux (51) et (53) sont légèrement différents. Nous admettrons que cette différence se manifeste surtout à l'endroit de leurs parties « non essentielles » la décroissance moyenne du spectre du signal (53) égale à p_s décibels par octave, étant supérieure à p_m . Ceci revient à attribuer à l'émetteur une courbe de sélectivité statique dont la pente asymptotique moyenne est égale à :

$$(54) \quad p_e = p_s - p_m \text{ dB/oct},$$

c'est-à-dire à reprendre l'hypothèse que nous avons

faite au début de la deuxième partie de cette étude.

Sur la figure 22, le filtre F_e fait intervenir cette sélectivité statique.

c) Nous supposons que la courbe de sélectivité statique du récepteur tend à prendre une pente constante p_r décibels par octave en dehors de sa bande passante, cette dernière étant approximativement égale à la largeur de la partie « essentielle » du spectre du signal (53). Nous admettons d'autre part que les étages MF et HF du récepteur sont suffisamment linéaires pour qu'on puisse trouver un filtre passe-bande linéaire qui totalise leurs différentes sélectivités.

Dans ces conditions l'impédance de transfert de ce filtre équivalent F_r satisfait à l'équation (6) du paragraphe 2.1.

d) Enfin nous supposons le démodulateur linéaire, ou plus exactement nous n'en tiendrons pas compte.

Nous reprenons donc les hypothèses que nous avons faites au début de la deuxième partie de cette étude, aux différentes près que, nous ne définissons pas le signal de modulation et, que nous ne supposons plus l'émetteur linéaire. Ces hypothèses sont assez générales et nous ne pensons pas qu'elles limitent beaucoup le domaine d'application des résultats que nous allons trouver.

4.2. Variation de l'énergie parasite captée par le récepteur. — Portons sur une même échelle de fréquence la courbe de sélectivité statique du récepteur et l'enveloppe du spectre d'énergie du signal brouilleur émis (voir figure 23). Appelons W_e

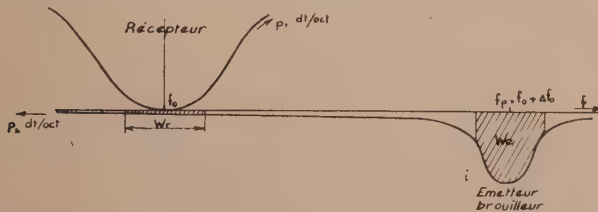


FIG. 23. — Positions respectives de la courbe de sélectivité statique du récepteur et du spectre d'énergie du signal brouilleur

l'énergie « essentielle » de ce spectre, c'est-à-dire l'énergie des composantes situées autour de f_p et W_r l'énergie des composantes parasites qui tombent dans la bande passante du récepteur.

Cherchons comment varie l'énergie captée par le récepteur lorsque l'écart Δf_0 augmente.

Sachant que le spectre d'énergie du signal fourni par le récepteur est obtenu en multipliant chaque composante du spectre du signal brouilleur par l'affaiblissement correspondant lu sur la courbe de sélectivité statique, il résulte de la figure 23 les règles suivantes :

1) lorsque $p_s < p_r$, l'action des composantes du spectre situées au voisinage de la fréquence d'accord f_0 du récepteur, devient prépondérante lorsque Δf_0 augmente au-delà d'une certaine valeur. L'énergie captée par le récepteur est alors approximativement égale à W_r , et la courbe qui exprime sa variation

en fonction du Δf_0 tend à prendre une pente égale à p_s décibels par octave.

Il résulte de ceci qu'une augmentation de la pente aux frontières de la courbe de sélectivité statique du récepteur ne peut avoir qu'une action négligeable. C'est bien ce que nous avons constaté dans la première partie de cette étude.

2) lorsque $p_s > p_r$, l'action des composantes situées autour de la fréquence porteuse f_p du signal émis, reste prépondérante lorsque Δf_0 augmente. L'énergie captée tend à se confondre avec W_e , et sa courbe de variation prend une pente égale à p_r décibels par octave.

On remarque que dans ce cas le signal émis agit sur le récepteur comme si son spectre était limité ; la valeur de p_r a donc une action considérable ;

3) lorsque $p_s = p_r$, il n'est plus possible de dissocier les actions de W_e et de W_r , il faut faire intervenir la totalité du spectre. En considérant cependant ce cas comme limite des deux autres, on peut affirmer que la courbe de variation d'énergie captée tend à prendre une pente égale à $p_s = p_r$ décibels par octave.

Ce troisième cas est évidemment plus complexe, et c'est la raison pour laquelle la fonction $\psi(t)$ définie au paragraphe 2.61, n'a pas, dans ce cas, une forme analytique simple.

La pente aux frontières moyennes, de la courbe qui exprime la variation d'énergie captée par le récepteur en fonction de l'écart Δf_0 satisfait donc à la relation :

$$(55) \quad p_w = \begin{cases} p_s, & \text{si } p_s \leq p_r, \\ p_r, & \text{si } p_s \geq p_r, \end{cases}$$

dans laquelle p_w représente cette pente.

L'identité des relations (48) et (55) montre qu'en radiotélégraphie la courbe de sélectivité dynamique et cette courbe de variation d'énergie ont la même pente asymptotique.

L'amplitude maximum de la réponse d'un récepteur à une émission radiotélégraphique tend donc à devenir proportionnelle à la racine carrée de l'énergie captée correspondante, lorsque l'écart Δf_0 augmente suffisamment.

Réciproquement si l'on veut montrer que d'une manière générale l'amplitude maximum de la réponse d'un récepteur à une émission radioélectrique est proportionnelle à la racine carrée de l'énergie captée correspondante, le coefficient de proportionnalité étant indépendant de Δf_0 , on démontre du même coup que la pente aux frontières de la courbe de sélectivité dynamique d'une liaison satisfait, quelle que soit la classe d'émission utilisée, à la relation (55).

Dans les paragraphes qui suivent nous allons donc chercher la relation qui lie l'amplitude maximum H et l'énergie W du signal fourni par le filtre F_r .

4.3. Relation entre l'amplitude maximum et l'énergie du signal fourni par le filtre F_r équivalent au récepteur. — Pour déterminer cette relation, nous utiliserons la méthode suivante :

1) Nous allons supposer que l'émetteur fournit entre les deux instants t_1 et t_2 un signal de la forme :

$$(56) \quad S(t) = M(t) \cos \{ 2\pi f_p t + F(t) \},$$

Nous admettrons donc qu'il est au repos avant l'instant t_1 et après l'instant t_2 , et d'autre part qu'entre ces deux instants, il n'y revient pas.

2) En partant de ce signal d'émission, nous allons chercher la forme de la fonction complexe $\Omega(f)$ qui définit le spectre d'émission.

3) Au paragraphe précédent, nous avons délimité approximativement la bande de fréquences qui contient toutes les composantes de $\Omega(f)$ dont l'action sur le récepteur n'est pas négligeable. Cette bande de fréquence est, par conséquent, celle qu'occupe la partie « essentielle » du spectre du signal fourni par le filtre F_r .

Connaissant donc cette bande de fréquences et la forme analytique de $\Omega(f)$, nous essayerons de déterminer une fonction $\omega(f)$ qui se confond approximativement avec le spectre du signal cherché dans cette bande, et qui est nulle à l'extérieur. Dans ces conditions, cette fonction aura pour transformée de FOURIER une fonction du temps que l'on pourra confondre avec ce signal.

L'expression sous forme complexe du signal fourni par le filtre F_r est donc donnée par l'intégrale :

$$(57) \quad \mathcal{S}(t) = 2 \int_0^{+\infty} \omega(f) e^{j2\pi f t} df,$$

intégrale qui ne fait intervenir que le domaine positif de l'axe des fréquences, et qui, par conséquent, ne nécessite la connaissance de la fonction $\omega(f)$ qu'à cet endroit.

L'amplitude maximum H de ce signal est égale au maximum de la partie réelle de (57) ; ce maximum se confond d'ailleurs avec celui du module de cette intégrale, en effet comme nous le verrons plus loin, la phase de $\mathcal{S}(t)$ varie beaucoup plus rapidement que son module.

L'énergie W de ce signal est égale à la somme des composantes de son spectre ; elle est donnée par l'intégrale

$$(58) \quad W = 2 \int_0^{+\infty} \omega^2(f) df,$$

où $\omega(f)$ est le module de $\omega(f)$.

Ces deux intégrales (57) et (58), expriment donc H et W en fonction de $\omega(f)$; c'est d'elles que nous tirerons la relation qui lie ces deux grandeurs.

Au paragraphe précédent, nous avons vu que la bande de fréquences qui contient les composantes agissantes du spectre $\Omega(f)$ est différente suivant que p_r est plus grand ou plus petit que p_s . Dans les paragraphes qui suivent nous allons successivement examiner ces deux cas.

4.3.1. Recherche de la relation qui lie H et W lorsque $p_s < p_r$. — Nous avons vu au para-

graphe 4.2 que, lorsque p_s est inférieur à p_r l'énergie W est approximativement égale à l'énergie W_r des composantes éloignées du spectre d'émission qui tombent dans la bande passante du récepteur. La forme de la courbe de sélectivité statique du récepteur joue donc un rôle négligeable, et nous pouvons remplacer le filtre F_r de la figure 22 par un filtre « idéal » c'est-à-dire un filtre dont la courbe de sélectivité statique est rectangulaire et dont la phase varie linéairement avec la fréquence.

Moyennant cette hypothèse et en faisant abstraction du temps de transmission dans ce filtre, le signal injecté sur le démodulateur a pour spectre la partie du spectre (*) d'émission qui est comprise entre les fréquences frontières de la bande passante du récepteur. La recherche de la relation qui lie H et W , ne dépendant plus que de la forme du spectre d'émission à l'intérieur de cette bande passante, est de ce fait grandement facilitée.

On remarque qu'en procédant ainsi on aboutit à un signal qui n'a ni début ni fin, l'étendue de son spectre étant finie ; il n'a donc aucun sens physique. En fait ceci est sans importance car nous ne nous intéressons pas directement à ce signal, mais seulement à son amplitude maximum.

4.3.1.1. *Forme analytique du spectre du signal d'émission dans sa partie « non essentielle ».* — Ce spectre est lié au signal $S(t)$ par l'intégrale de FOURIER :

$$(59) \quad \Omega(f) = \int_{t_1}^{t_2} S(t) e^{-j2\pi f t} dt.$$

En partant de (56) on peut décomposer $\Omega(f)$ en une somme de deux termes :

$$\Omega(f) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{M(t)}{2} e^{jF(t)} e^{j2\pi(f_p - f)t} dt + \int_{t_1}^{t_2} \frac{M(t)}{2} e^{-jF(t)} e^{-j2\pi(f_p + f)t} dt.$$

Les fonctions de modulation $M(t)$ et $F(t)$ étant par hypothèse lentement variables devant $\cos 2\pi f_p$ et les écarts considérés $\Delta f_p = f_p - f$ étant toujours faibles devant la fréquence porteuse, puisque nous ne considérons que le domaine des fréquences positives, la seconde intégrale est négligeable devant la première. Ceci résulte de la remarque que nous faisons dans l'annexe I.

En posant :

$$(61) \quad \mathcal{M}(t) = M(t) e^{jF(t)} / 2,$$

on peut donc mettre (59) sous la forme approchée :

$$\Omega(f) = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{M}(t) e^{j2\pi \Delta f_p t} dt,$$

te en intégrant indéfiniment par parties cette intégrale, on obtient la série

$$(62) \quad \Omega(f) = \left[\sum_{q=0}^{+\infty} (-1)^{q+1} \frac{\mathcal{M}^{(q)}(t)}{(j 2\pi \Delta f_p)^{q+1}} e^{j2\pi \Delta f_p t} \right]_{t_1}^{t_2}$$

(*) La fonction $\omega(f)$ que nous avons définie au paragraphe 4.3. se confond donc rigoureusement avec $\Omega(f)$ dans la bande passante du récepteur, il n'est donc pas néces-

saire de le faire intervenir ; il suffit de choisir des limites d'intégration convenables dans les expressions (57) et (58).

dans laquelle $\mathcal{N}^q(t)$ est la dérivée $q^{\text{ième}}$ de $\mathcal{N}(t)$.

Cherchons ce que devient cette série lorsque Δf_p augmente.

Au paragraphe 4.1, nous avons admis que dans sa partie « non essentielle » l'enveloppe du spectre d'émission décroissait en moyenne d'un nombre constant p_s de décibels par octave. Ceci signifie que lorsque Δf_p est grand, on peut en première approximation mettre en facteur dans l'expression de $\Omega(f)$ le terme : $1/\Delta f_p^{n_s}$ dans lequel :

$$(63) \quad n_s = p_s/6.$$

Il résulte de ceci :

a) que les termes de la série correspondant aux valeurs de q inférieures à $n_s - 1$, sont identiquement nuls, c'est-à-dire qu'on peut écrire :

$$(64) \quad \frac{d^q \mathcal{N}(t)}{dt^q} = 0, \text{ pour } t = t_1, t = t_2 \text{ et } 0 \leq q < n_s - 1,$$

b) que la série converge à cet endroit vers l'expression :

$$(65) \quad \Omega(f) \rightarrow \frac{(-1)^{n_s}}{(j 2\pi \Delta f_p)^{n_s}} \{ \mathcal{N}^{n_s-1}(t_2) e^{j 2\pi \Delta f_p t_2} - \mathcal{N}^{n_s-1}(t_1) e^{j 2\pi \Delta f_p t_1} \}$$

n_s est donc entier, et d'après (53) p_s est un multiple de 6.

Remarquons tout d'abord que la condition (64) est en accord avec le *théorème I* donné au paragraphe 2.33. Soit en effet l'enveloppe de la réponse d'un filtre F_e à une porteuse modulée par un signal unité, d'après ce théorème l'ordre n du contact de cette enveloppe avec l'axe des t à l'instant initial, est lié à la pente aux frontières de la courbe de sélectivité statique du filtre par la relation :

$$(66) \quad p_e = 6(n+1) \text{ dB/oct.}$$

Cet ordre de contact étant égal d'après (64) à $n_s - 2$ on tire de (63) et de (66) la relation :

$$p_s = p_e + 6 \text{ dB/oct.},$$

qui exprime le fait évident que la décroissance du spectre de la réponse est égale à la somme de la pente asymptotique du filtre F_e et de la décroissance du spectre du signal d'entrée qui est ici de 6 dB/oct.

On peut donc considérer la relation (64) comme une généralisation du *théorème I*, elle exprime donc que la décroissance du spectre d'un signal est liée au temps de transmission dans l'ensemble des circuits qui le filtrent, et par conséquent que pour augmenter cette décroissance il faut augmenter le nombre de ces circuits.

On remarque d'autre part que lorsqu'on détermine expérimentalement la décroissance moyenne d'un spectre, on obtient généralement une valeur de p_s variable et par conséquent différente d'un multiple de 6. Ceci vient du fait que la série (63) ne converge pas immédiatement vers (65) et qu'il faudrait prendre plusieurs termes. On fait donc une approximation dont nous examinerons l'effet par la suite.

4.3.1.2. *Calcul de l'énergie.* — Considérons l'axe des fréquences de la figure 24 sur lequel nous avons

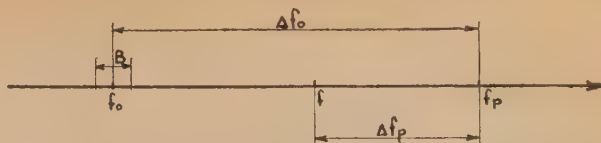


FIG. 24. — Positions respectives de la fréquence centrale f_0 du récepteur, de sa bande passante B , et de la fréquence porteuse f_p du signal parasite.

porté les grandeurs Δf_0 et Δf_p déjà définies, et B qui mesure la largeur de la bande passante du récepteur.

L'expression (58) peut se mettre sous la forme :

$$(67) \quad W_r = \int_{\Delta f_0 - B/2}^{\Delta f_0 + B/2} \overline{\Omega(\Delta f_p)^2} d(\Delta f_p).$$

En posant :

$$(68) \quad \mathcal{N}^{n_s-1}(t_2) = m_2 e^{j\delta m_2}, \quad \mathcal{N}^{n_s-1}(t_1) = m_1 e^{j\delta m_1}, \\ t_2 - t_1 = \theta \quad \text{et} \quad \delta m_2 - \delta m_1 = \delta m,$$

on peut mettre (65) sous la forme :

$$(69) \quad \Omega(\Delta f_p) = \left\{ (-1)^{n_s} / (j 2\pi \Delta f_p)^{n_s} \right\} \\ \left\{ m_2 e^{j(2\pi \Delta f_p t_2 + \delta m_2)} - m_1 e^{j(2\pi \Delta f_p t_1 + \delta m_1)} \right\}$$

d'où :

$$(70) \quad \overline{\Omega(\Delta f_p)^2} = \left\{ (m_2^2 + m_1^2) / (2\pi \Delta f_p)^{2n_s} \right\} \\ \left\{ 1 - \frac{2m_1 m_2}{m_2^2 + m_1^2} \cos(2\pi \Delta f_p \theta + \delta m) \right\}.$$

Comme nous supposons Δf_0 grand devant B , on remarque que Δf_p ne varie pratiquement pas dans la bande passante du récepteur et on peut écrire en portant (70) dans (67) :

$$(71) \quad W_r = \left\{ 2 (m_2^2 + m_1^2) / (2\pi \Delta f_0)^{2n_s} \right\} \\ \int_{\Delta f_0 - B/2}^{\Delta f_0 + B/2} \left\{ 1 - \frac{2m_1 m_2}{m_1^2 + m_2^2} \cos(2\pi \Delta f_p \theta + \delta m) \right\} d(\Delta f_p).$$

Et en calculant cette intégrale on obtient :

$$(72) \quad W_r = \left\{ 2 (m_2^2 + m_1^2) B / (2\pi \Delta f_0)^{2n_s} \right\} \\ \left\{ 1 - \frac{2m_1 m_2}{m_2^2 + m_1^2} \frac{\sin \pi B \theta}{\pi B \theta} \cos(2\pi \Delta f_0 \theta + \delta m) \right\};$$

de cette équation on tire la valeur de l'énergie moyenne :

$$(73) \quad W_{r_{\text{moy}}} = 2 (m_2^2 + m_1^2) B / (\pi \Delta f_0)^{2n_s}$$

et celles des deux limites qui l'encadrent :

$$(74) \quad W_{r_{\text{min}}}^{\text{max}} = W_{r_{\text{moy}}} \left\{ 1 \pm \frac{2m_1 m_2}{m_2^2 + m_1^2} \frac{\sin \pi B \theta}{\pi B \theta} \right\}.$$

Cherchons l'ordre de grandeur de l'écart qui sépare ces deux limites :

a) lorsque le récepteur a pour largeur de bande la partie « essentielle » du spectre d'émission, la quantité $B\theta$ est égale au produit de cette largeur par la durée du signal.

Pour une porteuse modulée par une impulsion à

flancs raides, ce produit est compris entre 2 et 4 suivant la définition que l'on prend pour la partie « essentielle » du spectre d'un signal [9, p. 166, § 8.11]. Les modulations utilisées sont généralement plus lentes et cette valeur peut être considérée comme une limite inférieure, ou tout au moins comme un ordre de grandeur.

On peut donc poser :

$$B\theta \geq 3$$

$$\text{soit (75)} \quad \frac{\sin \pi B\theta}{\pi B\theta} < 0,1.$$

Comme le rapport $2m_1 m_2 / (m_1^2 + m_2^2) \leq 1$ les deux limites $W_r \text{ max}$ et $W_r \text{ min}$ sont au maximum écartées de un décibel, c'est-à-dire d'une quantité négligeable ;

b) lorsque le récepteur a une bande plus large, le produit $B\theta$ est plus grand, et l'écart qui sépare ces deux limites est encore plus faible ;

c) au contraire lorsque la largeur de bande du récepteur diminue, cet écart augmente.

A la limite lorsque B devient suffisamment petit, l'énergie W_r tend vers :

$$(76) \quad W_r \rightarrow 2B^2 \overline{\Omega(\Delta f_0)^2} ;$$

le récepteur fonctionne alors comme analyseur du spectre du signal d'émission.

Lorsqu'on a en plus $m_1 = m_2$ on tire de (70) :

$$W_r \text{ min} = 0, \quad W_r \text{ max} = 2 W_r \text{ moy},$$

l'écart entre ces deux limites est alors maximum.

Nous admettons que dans la plupart des cas intéressants, cet écart reste négligeable. En effet pour qu'il soit important, il faut que B soit petit, et lorsque B est petit l'énergie W_r est faible ; c'est ce que montre l'équation (72).

4.3.1.3. Calcul de l'amplitude maximum H du signal.

— Le signal qui a pour spectre la partie du signal d'émission qui tombe dans la bande passante du récepteur, est donné sous forme complexe par l'intégrale (57) qui s'écrit ici :

$$(77) \quad \mathcal{E}(t) = 2 \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \Omega(f) e^{j2\pi ft} df.$$

En remplaçant $\Omega(f)$ par sa valeur tirée de (69), et en supposant comme au paragraphe précédent Δf_0 très grand devant B , on obtient en calculant cette intégrale, l'expression :

$$(78) \quad \mathcal{E}(t) = 2 \frac{(-1)^{n_s} B}{(j2\pi \Delta f_0)^{n_s}} \left\{ m_2 \frac{\sin \pi B(t_2 - t)}{\pi B(t_2 - t)} e^{j(2\pi \Delta f_0 t_2 + \delta m_s)} - m_1 \frac{\sin \pi B(t_1 - t)}{\pi B(t_1 - t)} e^{j(2\pi \Delta f_0 t_1 + \delta m_s)} \right\} e^{j2\pi f_0 t},$$

qui montre que le signal $\mathcal{E}(t)$ résulte de la combinaison de deux porteuses de même fréquence f_0 , déphasées entre elles et modulées différemment en amplitude. Cette modulation est beaucoup plus lente que la porteuse, et l'amplitude H se confond avec le maximum du module de $\mathcal{E}(t)$.

De (78), tirons le carré de ce module :

$$(79) \quad \frac{\mathcal{E}(t)^2}{(2\pi \Delta f_0)^{2n_s}} = \left\{ m_2^2 \frac{\sin^2 \pi B(t_2 - t)}{[\pi B(t_2 - t)]^2} + m_1^2 \frac{\sin^2 \pi B(t_1 - t)}{[\pi B(t_1 - t)]^2} - 2m_1 m_2 \frac{\sin \pi B(t_2 - t)}{\pi B(t_2 - t)} \frac{\sin \pi B(t_1 - t)}{\pi B(t_1 - t)} \cos(2\pi \Delta f_0 \theta + \delta m) \right\},$$

et cherchons sa valeur maximum.

On remarque que lorsque $B\theta$ est suffisamment grand pour que $\sin \pi B\theta / \pi B\theta$ soit négligeable devant 1, et ceci est en général le cas comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, $\mathcal{E}(t)$ prend la forme présentée sur la figure 25, c'est-à-dire qu'elle se traduit par deux impulsions nettement séparées l'une de l'autre, l'une étant centrée sur t_1 et l'autre sur t_2 .

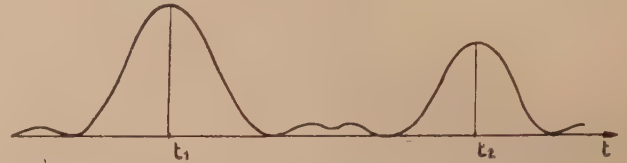


FIG. 25. — Enveloppe de la réponse d'un récepteur à un signal fortement décalé en fréquence.

La valeur maximum cherchée est donc en première approximation égale à $\mathcal{E}(t_1)$ ou à $\mathcal{E}(t_2)$ suivant que m_1 est plus grand ou plus petit que m_2 . Dans le cas de la figure 25, on peut écrire en négligeant seulement le terme du second ordre :

$$(80) \quad H^2 = \overline{\mathcal{E}(t_i)^2} = \frac{4B^2 m_i^2}{(2\pi \Delta f_0)^{2n_s}} \left\{ 1 - 2 \frac{m_j}{m_i} \frac{\sin \pi B\theta}{\pi B\theta} \cos(2\pi \Delta f_0 \theta + \delta m) \right\}.$$

De cette équation on tire la valeur moyenne de H :

$$(81) \quad H_{\text{moy}}^2 = 4B^2 m_1^2 / (2\pi \Delta f_0)^{2n_s},$$

et les deux limites qui l'encadrent :

$$(82) \quad H_{\text{min}}^2 = H_{\text{moy}}^2 \left\{ 1 \pm 2 \frac{m_2}{m_1} \frac{\sin \pi B\theta}{\pi B\theta} \right\},$$

limites qui sont ici très voisines l'une de l'autre puisque nous supposons $B\theta$ grand devant 1.

Comme nous l'avons vu, le signal $\mathcal{E}(t)$ se présente comme une suite de deux signaux nettement séparés dans le temps, chacun d'eux étant modulé en amplitude. Comme conséquence $\mathcal{E}(t)$ agit sur le démodulateur comme un signal uniquement modulé en amplitude.

Ceci se voit très bien expérimentalement en oscillographiant le signal fourni par un récepteur qui est attaqué par une porteuse modulée en signaux carrés, dont la fréquence est éloignée de la fréquence d'accord du récepteur.

4.3.1.4. Relation entre H et W . — Des équations (73) et (81) on tire l'égalité :

$$(83) \quad H_{\text{moy}}^2 = m_1^2 B W_{\text{moy}} / (m_1^2 + m_2^2),$$

qui lie en moyenne H et W . Comme nous l'avons vu dans les deux paragraphes précédents, H et W

s'écartent peu de leur valeur moyenne et nous avons donc ainsi démontré que ces deux grandeurs satisfont pratiquement à la condition énoncée à la fin du paragraphe 4.2, que l'on peut résumer par l'égalité :

$$(84) \quad H^2 = kW.$$

où k est un coefficient de proportionnalité indépendant de Δf_0 .

On peut, d'autre part compléter cette démonstration par les trois remarques suivantes :

1) Nous avons vu que H et W étaient définis par les deux intégrales suivantes,

$$(85) \quad W = 2 \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \overline{\Omega(f)^2} df, \quad \text{et}$$

$$(86) \quad H = \text{Ampl. max du module de}$$

$$\left\{ 2 \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \overline{\Omega(f)} e^{j\{\delta\Omega(f) + 2\pi ft\}} df \right\},$$

$$\text{où} \quad \Omega(f) = \overline{\Omega(f)} e^{j\delta\Omega(f)}.$$

En se donnant *a priori* une valeur de B et une valeur de H , on peut chercher par un calcul de variation, les deux paires de fonctions extrémales $\Omega(f)$ et $\delta\Omega(f)$ qui correspondent respectivement aux valeurs maximum et minimum que peut prendre H .

Lorsque B reste constant et que W varie, ces deux valeurs extrêmes de H varient comme la racine carrée de W , et satisfont par conséquent toutes les deux à l'équation (84), ceci résulte de la forme des intégrales (85) et (86). On montre ainsi sans faire intervenir la forme analytique du spectre d'émission que H et W satisfont en moyenne à l'équation (84).

2) La limite maximum de H se détermine facilement.

Il suffit pour cela de remarquer que la fonction $\delta\Omega(f)$ doit prendre la forme :

$$\delta\Omega(f) = -2\pi fT$$

de manière qu'il existe toujours un instant T où toutes les composantes du spectre qui tombent dans la bande passante du récepteur, s'ajoutent en phase.

H prend alors la forme :

$$(87) \quad H = 2 \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \overline{\Omega(f)} df,$$

et par un calcul de variation simple, on peut montrer que la fonction $\Omega(f)$ qui rend maximum (87), tout en respectant la condition (86), est une fonction constante dans tout l'intervalle $f_0 - B/2, f_0 + B/2$.

En appelant H_M cette valeur maximum de H , et $\overline{\Omega}$ la valeur constante que prend $\overline{\Omega(f)}$ dans cet intervalle, on tire de (85) et de (87).

$$\overline{\Omega}^2 = H_M^2/B^2 = W/B.$$

Soit

$$(88) \quad H_M^2 = BW.$$

Cette dernière équation est bien en accord avec (83), si en effet on pose $m_2 = 0$ dans cette dernière expression, on obtient la valeur maximum de H_{moy} et on retrouve (88).

3) Considérons un signal de fréquence porteuse $f_0 + \Delta f_0$ ayant pour enveloppe un signal unité. On sait que la phase du spectre d'un tel signal varie linéairement avec la fréquence et que l'amplitude de ses composantes est inversement proportionnelle à l'écart de fréquence qui les sépare de $f_0 + \Delta f_0$.

Lorsque l'écart Δf_0 augmente et devient grand devant la bande passante B du récepteur, la partie du spectre qui tombe dans cette bande peut être considérée comme uniforme et a par conséquent la même forme que le spectre qui correspond à la valeur maximum H_M .

Il en est évidemment de même lorsque ce signal est filtré par un filtre passe-bande centré sur la fréquence porteuse, et dont la courbe de sélectivité statique tend à prendre une pente constante en décibels par octave, en dehors de sa bande passante.

Il résulte donc de ceci que le signal le plus défavorable du point de vue brouillage est justement celui que nous avons choisi dans la deuxième partie de cette étude comme le plus représentatif d'une émission à sauts d'amplitude, c'est-à-dire qui utilise comme signal de modulation un signal unité.

On arrive donc au théorème suivant :

Théorème VII. — Soit un récepteur centré sur une fréquence f_0 , ayant une largeur de bande B et une courbe de sélectivité statique dont la pente asymptotique est égale à p_r décibels par octave.

Soit, d'autre part, un émetteur centré sur une fréquence $f_0 + \Delta f_0$, fournissant un spectre dont la partie « non essentielle » décroît en moyenne de p_s décibels par octave.

Lorsque p_s est inférieur à p_r et que l'écart Δf_0 est grand devant B tout en restant négligeable devant f_0 , tout se passe comme si le récepteur recevait un signal modulé en amplitude, dont l'amplitude maximum H est proportionnelle aux racines carrées de l'énergie W captée par le récepteur, et de la largeur de bande B .

D'autre part pour une valeur donnée de B et de W , H est maximum lorsque l'émetteur utilise comme signal de modulation un signal unité.

4.3.2. Relation qui lie H et W lorsque $p_s > p_r$.

— Nous avons vu au paragraphe 4.2 que lorsque p_s est supérieur à p_r , la majeure partie de l'énergie captée par le récepteur provient de la partie « essentielle » du spectre d'émission, tout au moins lorsque Δf_0 est suffisamment grand.

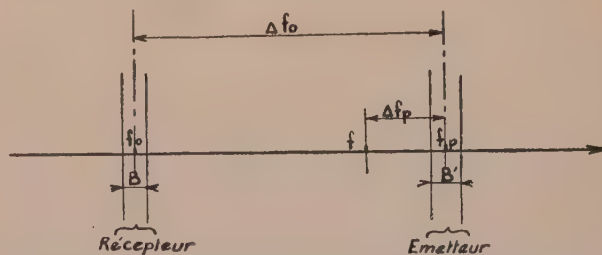


FIG. 26. — Positions respectives de la bande passante B du récepteur et de la partie essentielle B' du spectre du signal parasite.

En appelant B' la largeur de la partie « essentielle » de $\Omega(f)$ (voir figure 26), et $Z(f)$, l'impédance de transfert du filtre F_r équivalent au récepteur, on peut définir $\omega(f)$ comme étant la fonction égale à :

$$(89) \quad \omega(f) = Z(f) \Omega(f),$$

dans l'intervalle

$$(90) \quad f_p - B'/2 < f < f_p + B'/2,$$

et nulle à l'intérieur,

Supposons cette fois-ci la fréquence porteuse f_p fixe et la fréquence d'accord f_0 du récepteur variable et faisons le changement de variable

$$\Delta f_p = f_p - f.$$

On remarque que $\Omega(f)$ ne dépend que de Δf_0 puisque par définition le spectre d'émission est centré sur f_p ; par contre l'impédance $Z(f)$ centrée sur f_0 dépend de l'écart $\Delta f_0 - \Delta f_p$.

On peut donc mettre (106) sous la forme :

$$(91) \quad \omega(\Delta f_p) = Z(\Delta f_0 - \Delta f_p) \cdot \Omega(\Delta f_p),$$

l'intervalle (90) devenant :

$$(92) \quad -B'/2 < \Delta f_p < B'/2.$$

4.3.2.1. *Forme analytique de l'impédance de transfert* $Z(\Delta f_0 - \Delta f_p)$. — Au paragraphe 4.1, nous avons fait l'hypothèse que l'impédance de transfert du filtre F_r satisfaisait à l'équation (6) donnée paragraphe 2.1.

Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$(93) \quad Z(f) = \mathcal{Z} \frac{f^v}{\prod_i \left\{ f_i^2 - \left(f - j \frac{\theta_i}{2\pi} \right)^2 \right\}}$$

où $\mathcal{Z}$ est une grandeur complexe qui ne dépend pas de la fréquence, f_i une fréquence située dans la bande passante B du récepteur et $\theta_i/2\pi$ une constante d'amortissement de l'ordre de grandeur de B .

Posons :

$$f = f_p - \Delta f_p,$$

et cherchons ce que devient l'expression (93) lorsque Δf_p reste inférieur à $B'/2$, c'est-à-dire lorsque f reste compris dans l'intervalle (90).

L'écart Δf_0 étant à la fois très petit devant les fréquences f_0 et f_p , et très grand devant les largeurs de bande B et B' , et les amortissements $\theta_i/2\pi$, (93) se simplifie et peut s'écrire dans cet intervalle :

$$(94) \quad Z(f) = \mathcal{Z} \frac{f_p^v}{(2f_p \cdot \Delta f_0)^{n_r}}$$

où n_r est le nombre de pôles de (93).

Il résulte de (94) que l'impédance du filtre F_r ne varie pas tout au moins en première approximation dans l'intervalle (90), et qu'à cet endroit on peut la mettre sous la forme :

$$(95) \quad Z(f) = \mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0),$$

c'est-à-dire sous la forme du produit d'un nombre complexe indépendant de la fréquence par une fonction réelle qui fait simplement intervenir l'écart Δf_0 .

4.3.2.2. Expressions de H et de W .

On peut donc mettre (91) sous la forme :

$$(96) \quad \omega(\Delta f_0) = \mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0) \cdot \Omega(\Delta f_p),$$

où Δf_p est la variable et Δf_0 un paramètre qui mesure l'écart de fréquence qui sépare le récepteur de l'émetteur.

Les fonctions $\omega(\Delta f_p)$ et $\Omega(\Delta f_p)$ qui définissent

dans leurs parties « essentielles » les spectres du signal qui sort du filtre F_r , et du signal d'émission, sont donc semblables ; le rapport de similitude est $\mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0)$.

L'expression complexe $\mathcal{E}(t)$ du signal de sortie du filtre F_r et son énergie W , sont liées au spectre $\omega(\Delta f_p)$ par les intégrales (57) et (58).

Par des intégrales du même type, on peut faire correspondre à la partie essentielle du spectre d'émission, c'est-à-dire au spectre $\Omega(\Delta f_p)$ pris seulement dans l'intervalle (92), une fonction complexe $\mathcal{E}_e(t)$ et une grandeur W_e qui représentent approximativement le signal d'émission et son énergie.

Il résulte de (96) les égalités suivantes :

$$(97) \quad \mathcal{E}(t) = \mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0) \cdot \mathcal{E}_e(t), \quad \text{et}$$

$$(98) \quad W = \{ \mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0) \}^2 \cdot W_e,$$

où $\mathcal{Z}$ représente le module de $\mathcal{Z}$.

(97) montre que le signal fourni par le filtre F_r a très sensiblement la même forme que le signal d'émission. De cette expression on peut tirer la relation qui donne la valeur de H et qui s'écrit en appelant H_e , l'amplitude maximum du signal d'émission :

$$(99) \quad H = \mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0) \cdot H_e.$$

En éliminant $\mathcal{Z} \cdot R(\Delta f_0)$ entre (98) et (99), on obtient finalement :

$$(100) \quad H^2/W = H_e^2/W_e,$$

qui montre que la condition énoncée au paragraphe 4.2 est satisfaite, puisque H_e et W_e sont évidemment indépendants de l'écart de fréquence qui sépare l'émetteur du récepteur.

On remarque d'autre part que les énergies W et W_e occupent une bande de fréquence constante et très étroite vis-à-vis de l'écart Δf_0 . Leur rapport est donc approximativement égal à l'affaiblissement de la courbe de sélectivité statique du récepteur à cet endroit. L'équation (100), montre qu'il en est de même pour H et H_e , ce qui veut dire qu'à cet endroit la courbe de sélectivité dynamique de la liaison se confond approximativement avec la courbe de sélectivité statique du récepteur. On peut donc considérer l'équation (100) comme une généralisation du théorème IV donné paragraphe 2.6.2.

On arrive donc au théorème suivant :

Théorème VIII. — Soit un récepteur centré sur une fréquence f_0 , ayant une largeur de bande B et une courbe de sélectivité statique dont la pente asymptotique est égale à p_r décibels par octave.

Soit, d'autre part, un émetteur centré sur la fréquence $f_0 + \Delta f_0$, fournissant un spectre dont la partie « essentielle » a une largeur voisine de B et dont la partie « non essentielle » décroît en moyenne de p_e décibels par octave.

Lorsque p_e est supérieur à p_r et que l'écart Δf_0 est très grand devant B , tout en restant négligeable devant f_0 , tout se passe comme si la transmission du signal dans le récepteur obéissait aux lois des régimes permanents. Il ne s'y produit aucune défor-

mation du signal et de son spectre, et leur affaiblissement est donné par la courbe de sélectivité statique du récepteur.

4.4. Propriété de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de radiocommunications.

Dans les paragraphes précédents, nous avons montré que l'amplitude maximum de la réponse d'un récepteur à une émission fortement décalée en fréquence d'une quantité Δf_0 , reste en première approximation proportionnelle à la racine carrée de son énergie, lorsque l'écart Δf_0 varie.

La pente asymptotique p_d de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de radiocommunications, est donc égale à la pente asymptotique p_w de sa courbe de variation d'énergie. Elle est donc par conséquent donnée par la relation (55) :

$$(101) \quad p_d = p_w = \begin{cases} p_s \text{ dB/oct,} & \text{si } p_s \leq p_r, \\ p_r \text{ dB/oct,} & \text{si } p_s \geq p_r, \end{cases}$$

où p_s mesure la décroissance asymptotique du spectre d'émission et p_r la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique du récepteur.

Cette relation s'applique à tous les systèmes de communications à modulation d'amplitude, de phase ou de fréquence qui satisfont aux hypothèses du paragraphe 4.1, elle est donc assez générale. Elle montre de quelle manière il faut agir sur les sélectivités de l'émetteur et du récepteur d'un système de communications, pour augmenter la pente asymptotique de sa courbe de sélectivité dynamique. Elle représente donc à notre avis la solution du problème du brouillage entre systèmes de radiocommunications.

4.5. Utilisation du niveau d'énergie parasite pour repérer la gêne causée par un brouillage radioélectrique.

Au paragraphe 01, nous avons vu que la méthode utilisée jusqu'à maintenant pour assigner les fréquences aux systèmes de radiocommunications, utilisait comme repère de la gêne causée par un brouillage, le niveau d'énergie parasite captée par le récepteur brouillé.

Nous avons vu d'autre part que c'est l'amplitude du maximum du signal parasite à la sortie du récepteur, et non son énergie qui, dans la plupart des cas, caractérise cette gêne. Comme la connaissance du spectre d'énergie d'un signal est insuffisante pour déterminer son amplitude maximum, il semble *a priori* que cette méthode soit assez approximative.

Mais elle est la seule utilisable dans tous les cas ; elle est, en effet, beaucoup plus simple que celle qui fait intervenir l'amplitude maximum du signal parasite et qui, pour cette raison, mène à des calculs de régimes transitoires qui peuvent être inextricables. Il est donc important d'en connaître le degré d'approximation.

Dans cette quatrième partie, nous venons de montrer qu'au delà d'un certain écart entre la fré-

quence porteuse de l'émission brouilleuse et la fréquence d'accord du récepteur brouillé, l'énergie du signal parasite reste proportionnelle au carré de son amplitude maximum lorsque cet écart augmente. Dans cette zone l'énergie parasite repère donc avec exactitude le niveau de brouillage et par conséquent il suffit pour que cette méthode soit rigoureuse que l'écart de fréquences correspondant au brouillage minimum tolérable, y soit situé.

Pratiquement la limite de cette zone peut se déduire des formes des courbes de variation d'énergie et de sélectivité dynamique de l'émetteur brouilleur et du récepteur brouillé. Dans cette zone ces deux courbes prennent en effet une même pente constante égale à leur pente asymptotique.

Au paragraphe 01, nous avons vu qu'en radiocommunications, l'ordonnée correspondant à l'écart minimum nécessaire, était en général nettement supérieure à vingt décibels. Un examen des courbes de sélectivité dynamique que nous avons calculées ou relevées dans les première et troisième parties de cette étude, montre qu'à ces niveaux on est pratiquement entré dans cette zone.

On peut donc dire que la méthode qui utilise le niveau d'énergie parasite captée par le récepteur pour repérer un brouillage, est une méthode asymptotique d'autant plus exacte que l'affaiblissement minimum nécessaire est important. Elle se justifie donc en radiocommunications.

CONCLUSION

Avant d'examiner les principales conséquences pratiques qui résultent des théories que nous venons d'exposer, nous allons commencer par rappeler les différentes phases de cette étude et ses principaux résultats.

Dans la première partie, nous avons tout d'abord cherché à déterminer l'action de la sélectivité d'un récepteur sur la largeur de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communications à sauts d'amplitude, en remplaçant successivement ce récepteur par des suites croissantes de transformateurs accordés identiques et en calculant leurs réponses à un signal parfaitement rectangulaire.

Nous avons vérifié ainsi qu'à bande passante constante, la largeur de cette courbe de sélectivité dynamique pour des affaiblissements supérieurs à 20 décibels ne dépend pratiquement pas de la valeur de la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique du récepteur.

Nous avons ensuite montré qu'en filtrant le signal parasite rectangulaire à travers un circuit oscillant accordé sur sa fréquence porteuse avant de l'injecter dans la suite de transformateurs, on réduit notablement la largeur de la courbe de sélectivité dynamique, la présence du résonateur ayant pour effet d'en doubler la pente asymptotique.

Dans chacun de ces deux cas, cette pente se trouve égale à la décroissance des parties éloignées du spectre du signal parasite. Pour cette raison,

nous avons pensé qu'il pouvait exister une relation générale entre cette pente et les pentes asymptotiques des courbes de sélectivité statique de l'émetteur et du récepteur d'un système de communication à sauts d'amplitude.

C'est dans le but de dégager les propriétés sélectives d'un tel système que dans la deuxième partie de cette étude nous l'avons schématisé par un ensemble plus simple de propriétés identiques ou tout au moins très voisines, composé d'une suite de deux filtres passe bande linéaires, le premier centré sur la fréquence porteuse f_p de l'émetteur et attaqué par un signal d'enveloppe rectangulaire et le second accordé sur la fréquence centrale f_0 du récepteur.

En supposant simplement que les courbes de sélectivité statique de ces filtres tendent à prendre des pentes constantes en décibels par octave en dehors de leurs bandes passantes, p_e pour le premier filtre et p_r , pour le second, nous avons abouti aux résultats suivants :

a) pour des écarts suffisamment grands entre les fréquences f_p et f_0 , la courbe de sélectivité dynamique tend aussi à prendre une pente constante en décibels par octave, que nous appellerons p_d ;

b) les pentes asymptotiques p_d , p_e et p_r sont liées entre elles par la relation simple et fondamentale :

$$p_d = \begin{cases} \nearrow p_e + 6 \text{ dB/oct}, & \text{si } p_e + 6 \leq p_r, \\ \searrow p_r \text{ dB/oct}, & \text{si } p_r \leq p_e + 6. \end{cases}$$

c) les pentes p_e et p_r étant égales, la largeur de la courbe de sélectivité dynamique est minimum lorsque les courbes de sélectivité statique des deux filtres sont identiques. Dans ce cas la courbe de sélectivité dynamique tend à se confondre pour des affaiblissements suffisamment élevés avec la courbe de sélectivité statique du second filtre.

Nous avons donc montré qu'en augmentant simultanément les sélectivités de l'émetteur et du récepteur d'un système de communications à sauts d'amplitude, on peut augmenter autant que l'on veut la pente asymptotique de sa courbe de sélectivité dynamique et par conséquent en réduire considérablement la largeur à des affaiblissements importants.

Nous avons d'autre part montré qu'on a avantage à utiliser un émetteur et un récepteur dont les courbes de sélectivité sont identiques, la courbe de sélectivité statique de l'émetteur étant définie comme étant la courbe qui donne les différences d'amplitudes entre les composantes du spectre du signal émis et celles du spectre du signal correspondant d'enveloppe rectangulaire.

Dans la troisième partie, nous donnons les résultats d'une série d'essais qui vérifient correctement la relation que nous avons établie entre les pentes p_d , p_e et p_r , et qui montrent qu'on peut augmenter fortement la pente asymptotique de la courbe de sélectivité dynamique d'un système de communications à sauts d'amplitude tout en gardant une fidélité acceptable.

Enfin, dans la quatrième et dernière partie de

cette étude, nous généralisons cette relation aux autres classes d'émission, en partant du fait qu'elle découle des formes respectives de l'enveloppe du spectre d'énergie du signal émis et de la courbe de sélectivité du récepteur.

Nous montrons aussi que la pente asymptotique de la courbe de sélectivité dynamique est égale à la pente de la courbe qui exprime la variation d'énergie parasite captée par le récepteur en fonction de l'écart entre les fréquences f_p et f_0 , ce qui nous permet de justifier la méthode de calcul de séparation de voies préconisée par le C. P. F.

Il résulte donc de l'ensemble de cette étude qu'il est possible de réaliser un système de radiocommunications dont l'encombrement en fréquence est aussi faible que celui d'un système qui ne ferait intervenir que des phénomènes statiques. Pour cela, il faut construire un émetteur qui fournit un spectre dont la décroissance est supérieure, ou au moins égale, à la pente asymptotique de la courbe de sélectivité statique du récepteur, cette pente étant aussi grande que possible.

Les systèmes de radiocommunications actuels sont très loin de satisfaire à ces conditions. En effet, si depuis une vingtaine d'années la sélectivité des récepteurs en exploitation s'est sans cesse accrue, la sélectivité des émetteurs ne s'est guère améliorée. De 1934 à 1950 par exemple, la valeur moyenne de la pente asymptotique des courbes de sélectivité statique des récepteurs est passée de 15 à 40 décibels par octave et, actuellement, cette pente dépasse 60 décibels par octave pour certains récepteurs professionnels, alors que la décroissance moyenne des spectres des émetteurs de radiotélégraphie est restée de l'ordre de 12 décibels par octave. Ces chiffres montrent bien dans quel sens doivent se diriger les efforts futurs des radioélectriciens pour réduire les risques de brouillage mutuel.

Nous terminerons en remarquant que les théories asymptotiques que nous venons d'exposer n'ont pas la prétention d'apporter une solution complète au problème du brouillage mutuel en radiocommunications. Ce problème est trop complexe pour qu'il puisse en être ainsi ; il fait intervenir un certain nombre de phénomènes que nous avons négligés volontairement ; nous citerons, en particulier, les phénomènes d'intermodulation dus à la non linéarité du récepteur. Nous pensons cependant qu'elles constituent une base solide de départ aux solutions d'un problème qui jusqu'ici n'a jamais été étudié à fond quoique appartenant aux domaines les plus classiques de la radioélectricité.

ANNEXE I

RÉPONSE DES FILTRES ÉQUIVALENTS AU SIGNAL

$$Y(t) \sin(\omega t + \varphi)$$

Soit $Z(t)$ l'original de l'impédance de transfert $Z(p)$ d'un filtre passe bande.

D'après le théorème du produit ou théorème de BOREL, la réponse de ce filtre au signal $Y(t) \sin(\omega t + \varphi)$ peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}(t) = \int_0^t Z(\tau) \sin\{\omega(t-\tau) + \varphi\} d\tau.$$

En développant cette intégrale, on peut écrire :

$$\mathcal{E}(t) = M_1(t, \omega) \sin(\omega t + \varphi) - M_2(t, \omega) \cos(\omega t + \varphi),$$

avec $M_1(t, \omega) = \int_0^t Z(\tau) \cos \omega \tau d\tau,$

et $M_2(t, \omega) = \int_0^t Z(\tau) \sin \omega \tau d\tau.$

Si les fonctions $M_1(t, \omega)$ et $M_2(t, \omega)$ caractérisent l'enveloppe de la réponse du filtre, cette enveloppe est donnée par l'expression :

$$M(t, \omega) = \sqrt{M_1^2(t, \omega) + M_2^2(t, \omega)},$$

c'est-à-dire par le module de l'intégrale :

$$(1.1) \quad M(t, \omega) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t Z(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right\}.$$

Pour démontrer qu'il en est bien ainsi, il suffit de vérifier que la fonction $M(t, \omega)$ varie très lentement devant $\sin \omega t$ et $\cos \omega t$.

1. Expression analytique de $Z(t)$.

Nous avons vu au paragraphe 2.1 que l'impédance de transfert des filtres équivalents satisfaisait à l'expression :

$$Z(p) = \frac{p^q}{\prod_i [(p + \theta_i)^2 + \omega_i^2]}.$$

dans laquelle le degré du numérateur est toujours inférieur d'au moins une unité au degré du dénominateur.

Par décomposition en fractions rationnelles, cette expression peut donc se mettre sous la forme :

$$(2.1) \quad Z(p) = \sum_{i,q} \frac{A_{i,q} p + B_{i,q}}{[(p + \theta_i)^2 + \omega_i^2]^q},$$

où l'indice i caractérise un pôle, et où l'exposant et indice q est fonction de sa multiplicité.

Cette somme peut encore se décomposer en deux :

$$(3.1) \quad Z(p) = \sum_{i,q} \frac{\alpha_{i,q}}{(p + \theta_i + j\omega_i)^q} + \sum_{i,q} \frac{\alpha_{i,q}^*}{(p + \theta_i - j\omega_i)^q},$$

où $\alpha_{i,q}$ et $\alpha_{i,q}^*$ sont imaginaires conjugués.

Le premier terme contient les pôles situés en dessous de l'axe des ω dans le plan complexe (voir fig. 10) paragraphe 2.1); il a pour original l'expression :

$$(4.1) \quad \mathcal{Z}_1(t) = \sum_{i,q} \frac{\alpha_{i,q} t^{q-1}}{(q-1)!} e^{-(\theta_i + j\omega_i)t}.$$

Le second terme contient les pôles situés au dessus de l'axe des ω et placés symétriquement aux premiers par rapport à cet axe ; il a pour original l'expression :

$$(5.1) \quad \mathcal{Z}_2(t) = \sum_{i,q} \frac{\alpha_{i,q}^* t^{q-1}}{(q-1)!} e^{-(\theta_i - j\omega_i)t}.$$

La fonction $Z(t)$ cherchée est égale à la somme de ces deux originaux :

$$(6.1) \quad Z(t) = \mathcal{Z}_1(t) + \mathcal{Z}_2(t);$$

elle est d'autre part réelle puisque $\mathcal{Z}_1(t)$ et $\mathcal{Z}_2(t)$ sont imaginaires conjugués.

2. Expression analytique de $M(t, \omega)$.

Cette enveloppe s'écrit d'après (1.1) et (6.1)

(7.1)

$$M(t, \omega) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \mathcal{Z}_1(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau + \int_0^t \mathcal{Z}_2(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right\}.$$

On voit d'après (4.1) et (5.1) que le terme $e^{-j(\omega_i - \omega)t}$ se trouve en facteur dans la première intégrale, et le terme $e^{+j(\omega_i + \omega)t}$ dans la seconde. Comme nous ne considérons dans cette étude que des pulsations ω telles que :

$$|\omega - \omega_i| \ll |\omega_i + \omega|,$$

la seconde intégrale est négligeable devant la première d'après le principe de la phase stationnaire, et (7.1) peut s'écrire :

$$(8.1) \quad M(t, \omega) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \mathcal{Z}_1(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right\}.$$

Lorsque ω se confond avec la pulsation centrale ω_0 du filtre, on peut poser :

$$(9.1) \quad M(t) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \zeta(\tau) d\tau \right\}, \quad \text{avec}$$

$$\zeta(t) = \sum_{i,q} \frac{\alpha_{i,q} t^{q-1}}{(q-1)!} e^{-\theta_i t} e^{j(\omega_0 - \omega_i)t}.$$

La fonction $\zeta(t)$ est donc une fonction généralement complexe dont la fréquence des ondulations est de l'ordre de grandeur de $(\omega_0 - \omega_i)/2\pi$, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur de la bande passante du filtre.

Lorsque ω est différente de ω_0 , on peut poser :

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega_0,$$

et (8.1) s'écrit :

$$(10.1) \quad M(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \zeta(\tau) e^{j\Delta\omega_0 \tau} d\tau \right\}.$$

Cette intégrale montre que $M(t, \Delta\omega_0)$ peut se déduire facilement de $\zeta(t)$ par deux intégrations graphiques. Le calcul d'un régime transitoire hors de la bande passante d'un filtre est donc relativement facile.

3. Filtres à courbe de sélectivité statique symétrique.

Lorsque la courbe de sélectivité statique du filtre est symétrique par rapport à sa pulsation centrale ω_0 , les pôles de son impédance de transfert sont répartis symétriquement par rapport aux axes $+j\omega_0$ et $-j\omega_0$ dans chacun des demi-contours C. (voir figure 10), paragraphe 2.1). Nous allons montrer qu'il existe dans ce cas un filtre passe bas dont la réponse au signal $Y(t)$ est pratiquement confondue avec l'enveloppe $M(t)$.

Remarquons tout d'abord que l'image de la fonction $\zeta(t)$ est :

$$\mathfrak{Z}_1(p - j\omega_0) \subset \zeta(t),$$

où $\mathfrak{Z}_1(p)$ est le premier terme de l'expression (3.1) que l'on peut écrire :

$$Z(p) = \mathfrak{Z}_1(p) + \mathfrak{Z}_2(p),$$

$\zeta(t)$ s'exprime donc en fonction de $\mathfrak{Z}_1(p - j\omega_0)$ par la formule d'inversion de MELLIN-FOURIER :

$$(11.1) \quad \zeta(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma} \mathfrak{Z}_1(p - j\omega_0) e^{pt} dp,$$

où le contour C'' est par exemple un cercle centré autour de l'origine du plan complexe, et qui contient tous les pôles de $\mathfrak{Z}_1(p - j\omega_0)$.

Remarquons d'autre part que l'on peut choisir pour contour C'' , un cercle dont le rayon est très petit devant ω_0 ; on sait en effet que les distances entre les pôles de $\mathfrak{Z}_1(p - j\omega_0)$ sont de l'ordre de grandeur de la bande passante du filtre. Dans ces conditions la fonction $\mathfrak{Z}_2(p - j\omega_0)$ est en chaque point de ce contour, négligeable devant $\mathfrak{Z}_1(p - j\omega_0)$, et on peut écrire en première approximation :

$$(12.1) \quad \zeta(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma} Z(p - j\omega_0) e^{pt} dp.$$

Remarquons enfin qu'en remplaçant dans l'intégrale (12.1) $Z(p - j\omega_0)$ par sa partie principale calculée en supposant ω_0 très grand devant p , on n'en change pratiquement pas la valeur. On peut donc écrire :

$$(13.1) \quad \zeta(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma} z(p) e^{pt} dp,$$

où $z(p)$ est cette partie principale.

Lorsque les pôles de $Z(p)$ sont répartis symétriquement dans chaque demi contour C , on peut mettre $Z(p)$ sous la forme :

$$(14.1) \quad Z(p) = \frac{p^{\nu}}{\prod_k [(p + \theta_k)^2 + (\omega_0 + \varepsilon_k)^2] [(p + \theta_k)^2 + (\omega_0 - \varepsilon_k)^2]}.$$

De cette expression on tire facilement la partie principale de $Z(p - j\omega_0)$, qui s'écrit à un facteur $\pm j$ près :

$$(15.1) \quad z(p) = \frac{1}{2^n} \frac{\omega_0(\nu - n)}{\prod_k [(p + \theta_k)^2 + \varepsilon_k^2]},$$

où n est le nombre des pôles situés dans chaque demi-contour C .

$z(p)$ ayant comme numérateur un terme constant positif et réel, et comme dénominateur un polynôme en p , à coefficients réels et positifs, est l'impédance de transfert d'un filtre passe bas.

La fonction $\zeta(t)$ est donc égale au facteur $\pm j$ près que nous avons négligé, à l'original $z(t)$ de l'impédance $z(p)$, et l'intégrale (9-1) s'écrit :

$$(16.1) \quad M(t) = \int_0^t z(\tau) d\tau.$$

Ce qui montre que l'enveloppe $M(t)$ est égale à la réponse d'un filtre passe bas $z(p)$ au signal $Y(t)$.

4. Réponse des filtres équivalents au signal $Y(t) M_e(t) \sin \omega t$.

$M_e(t)$, caractérisant l'enveloppe du signal d'entrée, est une fonction réelle dont les variations sont très lentes devant $\sin \omega t$ et $\cos \omega t$.

D'après le théorème du produit, la réponse du filtre équivalent s'écrit :

$$\mathcal{E}(t) = \int_0^t Z(\tau) M_e(t - \tau) \sin \omega(t - \tau) d\tau.$$

Son enveloppe satisfait donc à la relation :

$$E(t, \omega) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t Z(\tau) M_e(t - \tau) e^{j\omega\tau} d\tau \right\}.$$

En suivant un raisonnement identique à celui des paragraphes précédents, il est facile de montrer que cette enveloppe peut se mettre sous la forme :

$$(17.1) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t z(\tau) M_e(t - \tau) e^{j\Delta\omega_0\tau} d\tau \right\},$$

dans le cas général, et sous la forme :

$$(18.1) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t \zeta(\tau) M_e(t - \tau) e^{j\Delta\omega_0\tau} d\tau \right\},$$

lorsque la courbe de sélectivité statique du filtre est symétrique.

ANNEXE II

RÉPONSE D'UNE SUITE DE TRANSFORMATEURS ACCORDÉS IDENTIQUES AU SIGNAL

$$Y(t) \sin(\omega_0 + \Delta\omega_0)t$$

L'impédance de transfert d'un transformateur accordé à deux circuits identiques, peut se mettre sous la forme :

$$(1.2) \quad Z(p) = -\frac{2\omega_0}{C} \frac{n\theta p}{[(p + \theta)^2 + (\omega_0 - n\theta)^2] [(p + \theta)^2 + (\omega_0 + n\theta)^2]},$$

où ω_0 est la pulsation d'accord de chaque circuit, $\theta = \omega_0/2Q$ leur constante d'amortissement, n leur index de couplage, et C la capacité de chaque condensateur.

Cette impédance satisfaisant à la relation (14.1), on obtient facilement l'impédance de transfert $z_m(p)$ du filtre passe bas équivalent à une suite de m transformateurs.

$$(2.2) \quad z_m(p) = \frac{1}{(2C)^m} \frac{n\theta^m}{[(p + \theta)^2 + n^2\theta^2]^m}.$$

On montre d'autre part en partant de tables de transformées de LAPLACE que l'original de $z_m(p)$ s'écrit :

$$(3.2) \quad z_m(t) = \frac{\sqrt{2\pi} n\theta}{(4Cn\theta)^m} \frac{(n\theta t)^{m-1/2}}{(m-1)!} \mathcal{J}_{m-1/2}(n\theta t) e^{-\theta t}$$

où $\mathcal{J}_m - 1/2(n\theta t)$ représente la fonction de BESSEL de 1^{re} espèce d'indice $m - 1/2$ et d'argument $n\theta t$

1. Calcul de $M(t)$.

En portant l'expression (3.2) dans l'intégrale (16-1), et en résolvant cette dernière par une suite d'intégrations par parties, on obtient :

$$(4.2) \quad M(t) = \frac{d}{(4Cn\theta)^m} \left[1 - e^{-\theta t} \sum_{q=1}^m \{ d^{m-q} A_q(n\theta t) \} \right],$$

$$d = 2n^2/(1+n^2) \quad \text{ou}$$

$$A_q(n\theta t) = \sqrt{\frac{\pi}{n}} \frac{(n\theta t)^{q-1/2}}{(q-1)!} \left\{ J_{q-3/2}(n\theta t) + \frac{1}{n} J_{q-1/2}(n\theta t) \right\}.$$

On remarque que pour $m = 1$ (5.2) s'écrit :

$$M(t) = \frac{d}{4Cn\theta} \left[1 - e^{-\theta t} \left(\cos n\theta t + \frac{1}{n} \sin n\theta t \right) \right].$$

On retrouve donc une expression connue.

Les calculs numériques ont été effectués sur des suites de transformateurs placés au couplage critique ($n = 1$). Les enveloppes $M(\theta t)$ correspondant aux valeurs de m comprises entre 1 et 12, sont données sur la figure 6.

2. Calcul de $M(t, \Delta\omega_0)$.

Pour tracer la courbe de sélectivité dynamique d'une suite de transformateurs, il est nécessaire de calculer le maximum de l'enveloppe $M(t, \Delta\omega_0)$ pour une série de valeurs de $\Delta\omega_0$.

Cette enveloppe s'écrit d'après (10.1).

$$(5.2) \quad M(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t z_m(\tau) e^{j\Delta\omega_0 \tau} d\tau \right\}.$$

En résolvant cette intégrale on trouve une expression très compliquée qui se simplifie lorsque $\Delta\omega_0$ devient suffisamment grand. Elle tend dans ce cas vers :

$$(6.2) \quad M(t, \Delta\omega_0) \rightarrow z_m(t)/\Delta\omega_0.$$

Lorsque $\Delta\omega_0$ est trop petit, pour qu'on puisse utiliser l'expression (6.11), nous avons résolu graphiquement l'intégrale (7.11).

Sur la figure 3 on trouve les courbes de sélectivité dynamiques correspondant à $n = 1$ et aux valeurs de m comprises entre 1 et 6.

3. Réponse d'une suite de transformateurs au signal $Y(t) (1 - e^{-\delta t}) \sin \omega t$.

L'enveloppe de cette réponse est donnée par l'intégrale (18.4) qui s'écrit ici :

$$(7.2) \quad E(t, \Delta\omega_0) = \text{Mod} \left\{ \int_0^t z_m(\tau) e^{j\Delta\omega_0 \tau} d\tau - e^{-\delta t} \int_0^t z_m(\tau) e^{(\delta + j\Delta\omega_0) \tau} d\tau \right\}.$$

Lorsque $\Delta\omega_0$ devient suffisamment grand, $E(t, \Delta\omega_0)$ tend vers l'expression :

$$(8.2) \quad E(t, \Delta\omega_0) \rightarrow \frac{\delta}{\Delta\omega_0 \sqrt{\delta^2 + \Delta\omega_0^2}} z_m(t).$$

Lorsque $\Delta\omega_0$ est petit pour qu'on puisse utiliser l'expression (8.2), nous avons résolu graphiquement les intégrales (7.2).

C'est par ce procédé que nous avons tracé les courbes de sélectivité dynamique données sur la figure 7. Elles correspondent au cas d'une suite de 3 transformateurs placés au couplage critique ($n = 1$) et à différentes valeurs du rapport δ/θ .

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. C. I. R., Propositions soumises à la cinquième réunion, Stockholm, juil. 1948, pp. 44-72.
- [2] Comité Provisoire des Fréquences (C. P. F.), Genève 1948, document n° 390 F (19 oct. 1948). Étude théorique des effacements entre fréquences assignées.
- [4] TCHERNICHEFF (A.), Résultats des mesures sur l'émetteur à signaux arrondis de Lyon-La Doua, *Ann. Télécommunic.*, Fr. (juil. 1951), 6, n° 7, pp. 191-196.
- [4] TCHERNICHEFF (A.), Arrondissement des signaux par un filtre dans un émetteur radiotélégraphique, *Ann. Télécommunic.*, Fr. (déc. 1952), 7, n° 12, pp. 513-516.
- [5] TUCKER (D. G.), Transient response of filters, (Réponse transitoire des filtres) *Wireless Engr.*, G.-B. (févr.-mars 1946), 28, n° 269, pp. 36-42, et n° 270, pp. 84-90.
- [6] ELGER (H.), Detuned resonant circuits. — Transient response and S/N ratio. (Circuits résonnants — Réponse transitoire et rapport signal-bruit). *Wireless Engr.*, G.-B. (nov. 1949), 26, n° 314, pp. 360-364.
- [7] C. C. I. R. — Avis 36. Largeur de bande des émissions. Documents de la VI^e Assemblée Plénière. Genève (1951), 1, pp. 11-15.
- [8] C. C. I. R. — Avis 87. Largeur de bande des émissions. Documents de la VII^e Assemblée Plénière. Londres (1953), 1, pp. 75-81.
- [9] BORG (H.), Théorie des circuits impulsionnels. Applications aux télécommunications, au radar et à la télévision. *Éditions de la Revue d'Optique*, Paris (1953), 194 p. Collection technique et scientifique du C. N. E. T.
- [10] C. C. I. R. — Rapport du rapporteur principal de la II^e commission et études (Récepteurs). Documents de la VI^e Assemblée Plénière. Genève (1951), 2, pp. 29-37.
- [11] DAVID (P.), Cours de radioélectricité générale. Tome III, livre II : la réception, Eyrolles, Paris (1951), pp. 90-100.
- [12] POINCELOT (P.), Les régimes transitoires dans les réseaux électriques. *Gauthier-Villars*, Paris (1953), 132 p. Collection technique et scientifique du C. N. E. T.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Revue des travaux allemands
sur les revêtements absorbant les ondes électromagnétiques

Vu et approuvé :

Paris, le 21 mai 1955.

DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

Signé : J. PÉRÈS.

Vu et permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE
DE PARIS :

Signé : J. SARRAILH.

